

3.9 Révision avant-test de l'unité 3 – Fonctions exponentielles et logarithmiques avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Esquisse un graphique de chaque fonction. Ensuite, esquisse un graphique de la réciproque de chaque fonction. Indique l'équation sur chaque graphique. Complète aussi le tableau de renseignements pour chaque fonction

a) $f(x) = 2^x$

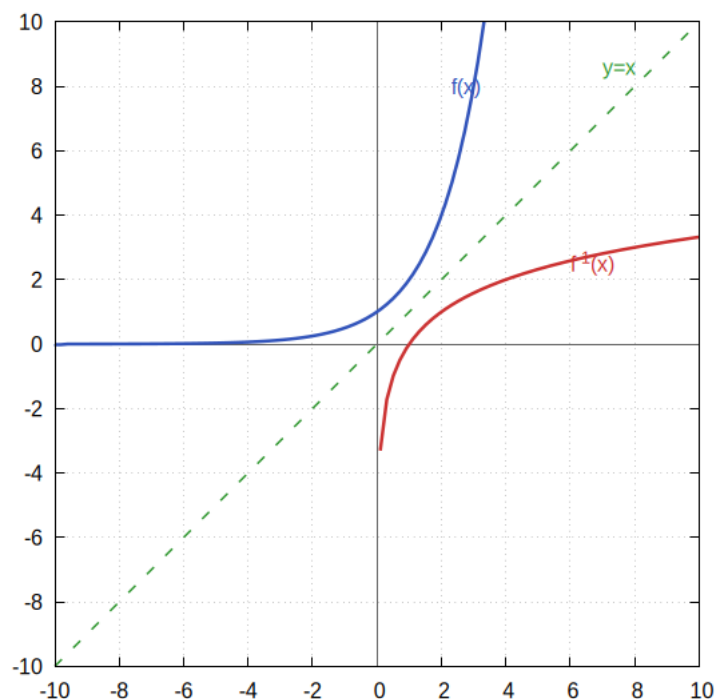


Table 1. $f(x) = 2^x$

$f(x) =$	$f^{-1}(x) =$
Abscisse à l'origine : AUCUNE	Abscisse à l'origine : (1, 0)
Ordonnée à l'origine : (0, 1)	Ordonnée à l'origine : AUCUNE
Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$	Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$	Image : $\{y \in \mathbb{R}\}$
Asymptote : $y = 0$	Asymptote : $x = 0$

b) $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

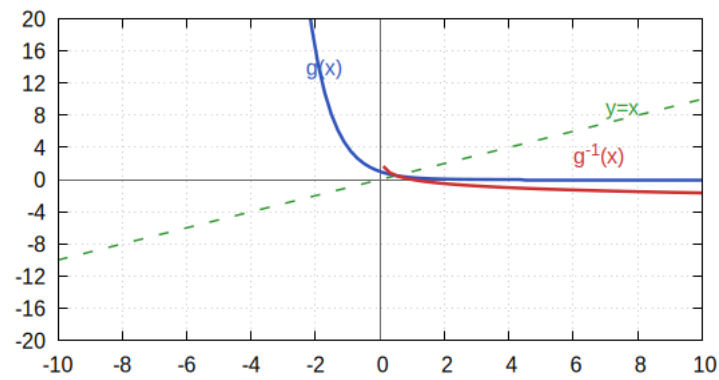
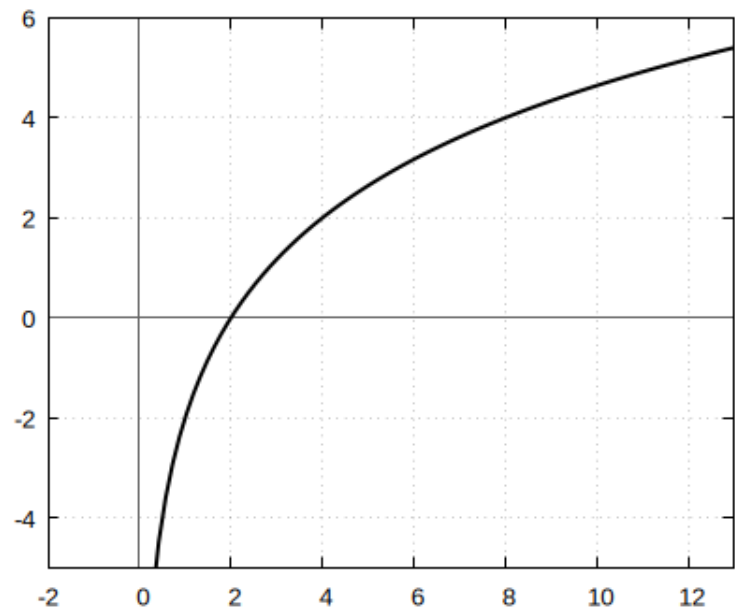


Table 2. $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

$g(x) =$	$g^{-1}(x) =$
Abscisse à l'origine : AUCUNE	Abscisse à l'origine : (1, 0)
Ordonnée à l'origine : (0, 1)	Ordonnée à l'origine : AUCUNE
Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$	Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
Image : $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$	Image : $\{y \in \mathbb{R}\}$
Asymptote : $y = 0$	Asymptote : $x = 0$

2) Indique le domaine et l'image de la fonction illustrée ci-dessous.

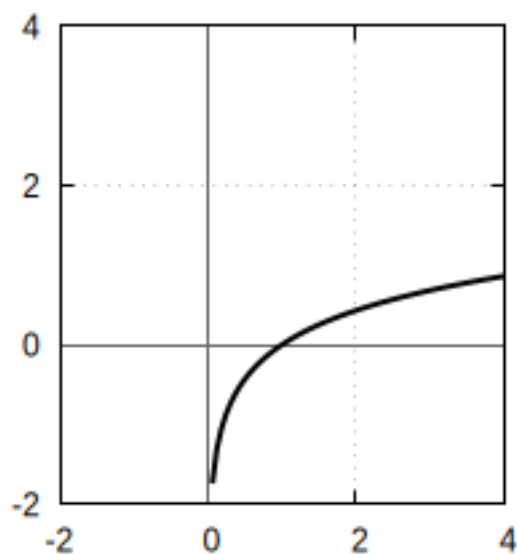


Domaine : $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

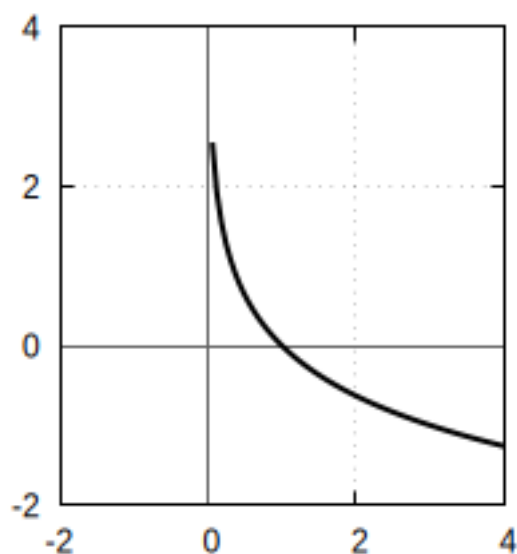
Image : $\{y \in \mathbb{R}\}$

3) Associe chaque graphique du tableau au graphique de sa réciproque (A, B ou C). Puis écris une équation pour chaque fonction

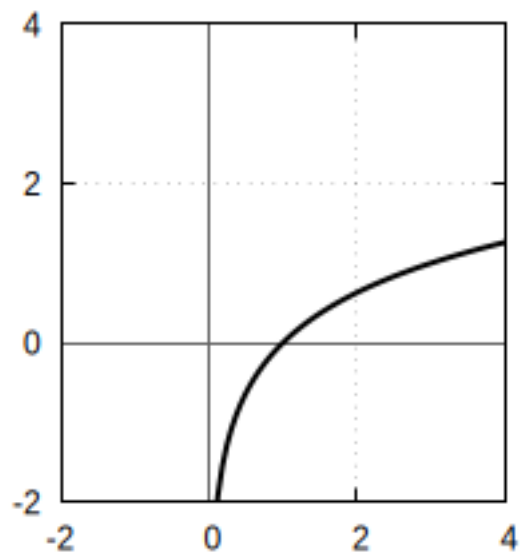
A)



B)



C)



Graphique :		
Équation :		
$y = 3^x$	$y = 5^x$	$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
Lettre du graphique de la réciproque :		
C	A	B
Équation de la réciproque :		
$y = \log_3 x$	$y = \log_5 x$	$y = \log_{\frac{1}{3}} x$

4) Réécris chaque équation sous forme logarithmique.

a) $4^3 = 64$

$3 = \log_4(64)$

b) $28 = 3^x$

$x = \log_3(28)$

c) $6^3 = y$

$3 = \log_6(y)$

d) $512 = 2^9$

$9 = \log_2(512)$

5) Réécris chaque équation sous forme exponentielle.

a) $7 = \log_2 128$

$$2^7 = 128$$

b) $x = \log_b n$

$$b^x = n$$

c) $5 = \log_3 243$

$$3^5 = 243$$

d) $19 = \log_b 4$

$$b^{19} = 4$$

6) Évalue sans calculatrice. Montre ton travail.

Utilise soit :

Règle : si $x^a = x^b$, alors $a = b$

Règle : $\log_a(a^b) = b$

a) $\log_2 16$

$$\begin{aligned}\log_2 16 &= \log_2(2^4) \\ &= 4\end{aligned}$$

b) $\log_3 81$

$$\begin{aligned}\log_3 81 &= \log_3(3^4) \\ &= 4\end{aligned}$$

c) $\log_4 \left(\frac{1}{16} \right)$

$$\begin{aligned}\log_4 \left(\frac{1}{16} \right) &= \log_4(4^{-2}) \\ &= -2\end{aligned}$$

d) $\log 0.000\,001$

$$\begin{aligned}\log 0.000\,001 &= \log(10^{-6}) \\ &= -6\end{aligned}$$

Section 2 : 7.4 – Loi de la puissance des logarithmes

7) Évalue chacune des expressions suivantes sans calculatrice à l'aide de la loi de la puissance des logarithmes.

a) $\log_2 32^3$

$$\begin{aligned}\log_2 32^3 &= 3 \log_2(2^5) \\ &= 3(5) \\ &= 15\end{aligned}$$

b) $\log 1000^{-2}$

$$\begin{aligned}\log 1000^{-2} &= -2 \log 1000 \\ &= -2 \log(10^3) \\ &= -2(3) \\ &= -6\end{aligned}$$

c) $\log 0.001^{-1}$

$$\begin{aligned}\log 0.001^{-1} &= -1 \log(0.001) \\ &= -1 \log(10^{-3}) \\ &= -1(-3) \\ &= 3\end{aligned}$$

d) $\log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{16} \right)^4$

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{16} \right)^4 &= 4 \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4} \right)^2 \\ &= 4(2) \\ &= 8\end{aligned}$$

8) Résous pour x , arrondi à 3 décimales.

a) $x = \log_3 17$

$$\begin{aligned}x &= \frac{\log 17}{\log 3} \\ x &\cong 2.579\end{aligned}$$

b) $\log_2 0.35 = x$

$$x = \frac{\log 0.35}{\log 2}$$

$$x \cong -1.515$$

c) $4^x = 10$

$$x = \log_4 10$$

$$x = \frac{\log 10}{\log 4}$$

$$x \cong 1.661$$

d) $80 = 100\left(\frac{1}{2}\right)^x$

$$0.8 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$x = \log_2^1(0.8)$$

$$x = \frac{\log 0.8}{\log 0.5}$$

$$x \cong 0.322$$

Section 3 : 7.3 – Lois du produit et du quotient des logarithmes

9) Utilise la formule de changement de base pour évaluer. Arrondis à une décimale.

a) $\log_9 12$

$$\log_9 12 = \frac{\log 12}{\log 9}$$

$$\cong 1.1$$

b) $\log_{0.25} 52$

$$\log_{0.25} 52 = \frac{\log 52}{\log 0.25}$$

$$\cong -2.9$$

10) Écris comme un seul logarithme. Puis évalue sans calculatrice.

a) $\frac{\log 16}{\log 4}$

$$\frac{\log 16}{\log 4} = \log_4(16)$$

$$= \log_4(4^2)$$

$$= 2$$

b) $\frac{\log\left(\frac{8}{27}\right)}{\log\left(\frac{2}{3}\right)}$

$$\frac{\log\left(\frac{8}{27}\right)}{\log\left(\frac{2}{3}\right)} = \log_2^3\left(\frac{8}{27}\right)$$

$$= \log_2^3\left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$= 3$$

11) Résous, arrondi à deux décimales

a) $\log 4^x = 7$

$$x \log 4 = 7$$

$$x = \frac{7}{\log 4}$$

$$x \cong 11.63$$

b) $12 = \log_3 4^m$

$$3^{12} = 4^m$$

$$531\,441 = 4^m$$

$$\log_4(531\,441) = m$$

$$m = \frac{\log(531\,441)}{\log(4)}$$

$$m \cong 9.51$$

12) Un investissement rapporte un intérêt de 12 %, composé annuellement. Le montant, A , que vaut l'investissement en fonction du temps, t , en années, est donné par $A = 1500(1.12)^t$. Utilise l'équation pour déterminer...

a) la valeur de l'investissement après 4 ans

$$A = 1500(1.12)^4$$

$$A = 2360.28 \$$$

b) combien de temps il faudra pour que la valeur de l'investissement double

$$\begin{aligned} 3000 &= 1500(1.12)^t \\ 2 &= 1.12^t \\ \log 2 &= \log(1.12^t) \\ \log 2 &= t \log(1.12) \\ t &= \frac{\log 2}{\log 1.12} \\ t &\cong 6.12 \text{ ans} \end{aligned}$$

13) Écris comme un seul logarithme

a) $\log_7 8 + \log_7 4 - \log_7 16$

$$\begin{aligned} \log_7 8 + \log_7 4 - \log_7 16 &= \log_7 \left[\frac{8(4)}{16} \right] \\ &= \log_7 2 \end{aligned}$$

b) $2\log a + \log(3b) - \frac{1}{2}\log c$

$$\begin{aligned} 2\log a + \log(3b) - \frac{1}{2}\log c &= \log(a^2) + \log(3b) - \log\left(\frac{1}{c^2}\right) \\ &= \log\left(\frac{3a^2b}{\sqrt{c}}\right) \end{aligned}$$

14) Écris comme une somme ou une différence de logarithmes. Simplifie si possible.

a) $\log(a^2bc)$

$$\begin{aligned} \log(a^2bc) &= \log(a^2) + \log b + \log c \\ &= 2\log a + \log b + \log c \end{aligned}$$

b) $\log\left(\frac{k}{\sqrt{m}}\right)$

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{k}{\sqrt{m}}\right) &= \log k - \log\left(\frac{1}{m^2}\right) \\ &= \log k - \frac{1}{2}\log m \end{aligned}$$

15) Évalue, à l'aide des lois des logarithmes.

a) $\log_6 8 + \log_6 27$

$$\begin{aligned} \log_6 8 + \log_6 27 &= \log_6(8 \times 27) \\ &= \log_6(216) \\ &= \log_6(6^3) \\ &= 3 \end{aligned}$$

b) $\log_4 128 - \log_4 8$

$$\begin{aligned} \log_4 128 - \log_4 8 &= \log_4\left(\frac{128}{8}\right) \\ &= \log_4(16) \\ &= \log_4(4^2) \\ &= 2 \end{aligned}$$

c) $2\log 2 + 2\log 5$

$$\begin{aligned} 2\log 2 + 2\log 5 &= \log(2^2) + \log(5^2) \\ &= \log 4 + \log 25 \\ &= \log(4 \times 25) \\ &= \log(100) \\ &= 2 \end{aligned}$$

d) $2\log 3 + \log\left(\frac{25}{2}\right)$

$$\begin{aligned} 2\log 3 + \log\left(\frac{25}{2}\right) &= \log(3^2) + \log\left(\frac{25}{2}\right) \\ &= \log(9) + \log\left(\frac{25}{2}\right) \\ &= \log\left(9 \times \frac{25}{2}\right) \\ &= \log\left(\frac{225}{2}\right) \\ &\cong 2.05 \end{aligned}$$

16) Simplifie

a) $\log(2m+6) - \log(m^2-9)$

$$\begin{aligned} \log(2m+6) - \log(m^2-9) &= \log\left[\frac{2(m+3)}{(m-3)(m+3)}\right] \\ &= \log\left(\frac{2}{m-3}\right) \end{aligned}$$

$$b) \log(x^2 + 2x - 15) - \log(x^2 - 7x + 12)$$

$$\begin{aligned} \log(x^2 + 2x - 15) - \log(x^2 - 7x + 12) &= \log \left[\frac{(x+5)(x-3)}{(x-4)(x-3)} \right] \\ &= \log \left(\frac{x+5}{x-4} \right) \end{aligned}$$

Section 4 : 7.1/7.2 – Résolution des équations exponentielles

17) Écris chacune comme une puissance de 4

$$a) 64$$

$$= 4^3$$

$$b) \frac{1}{16}$$

$$= 4^{-2}$$

$$c) (\sqrt[3]{8})^5$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{8})^5 &= 8^{\frac{5}{3}} \\ &= \left(4^2\right)^{\frac{5}{3}} \\ &= 4^{\frac{10}{3}} \end{aligned}$$

18) Écris 20 comme une puissance de 5.

$$\begin{aligned} 5^x &= 20 \\ x &= \log_5(20) \end{aligned}$$

$$\therefore 20 = 5^{\frac{\log 20}{\log 5}}$$

19) Résous chaque équation

$$a) 3^{5x} = 27^{x-1}$$

$$\begin{aligned} 3^{5x} &= (3^3)^{x-1} \\ 3^{5x} &= 3^{3x-3} \\ 5x &= 3x-3 \\ 2x &= -3 \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$b) 8^{2x+1} = 32^{x-1}$$

$$\begin{aligned} (2^3)^{2x+1} &= (2^5)^{x-1} \\ 2^{6x+3} &= 2^{5x-5} \\ 6x+3 &= 5x-5 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

20) Résous exactement. Puis utilise ta calculatrice pour évaluer, arrondi à 3 décimales.

$$a) 3^{x-2} = 5^x$$

$$\begin{aligned} \log(3^{x-2}) &= \log(5^x) \\ (x-2)\log 3 &= x\log 5 \\ x\log 3 - 2\log 3 &= x\log 5 \\ x\log 3 - x\log 5 &= 2\log 3 \\ x(\log 3 - \log 5) &= 2\log 3 \\ x &= \frac{2\log 3}{\log 3 - \log 5} \\ x &\cong -4.301 \end{aligned}$$

$$b) 2^{k-2} = 3^{k+1}$$

$$\begin{aligned} \log(2^{k-2}) &= \log(3^{k+1}) \\ (k-2)\log 2 &= (k+1)\log 3 \\ k\log 2 - 2\log 2 &= k\log 3 + \log 3 \\ k\log 2 - k\log 3 &= \log 3 + 2\log 2 \\ k(\log 2 - \log 3) &= \log 3 + \log 4 \\ k &= \frac{\log 3 + \log 4}{\log 2 - \log 3} \\ k &\cong -6.129 \end{aligned}$$

21) Résous les équations suivantes; arrondis à 2 décimales lorsque nécessaire.

$$a) 3^x = 12$$

$$\begin{aligned} x &= \log_3(12) \\ x &= \frac{\log 12}{\log 3} \\ x &\cong 2.26 \end{aligned}$$

b) $10 = 2 \cdot 4^{x+2}$

$$\begin{aligned} 5 &= 4^{x+2} \\ \log 5 &= \log(4^{x+2}) \\ \log 5 &= (x+2)\log 4 \\ \frac{\log 5}{\log 4} &= x+2 \\ x &= \frac{\log 5 - 2\log 4}{\log 4} \\ x &\cong -0.84 \end{aligned}$$

c) $3^x = 4^{1-x}$

$$\begin{aligned} \log(3^x) &= \log(4^{1-x}) \\ x\log 3 &= (1-x)\log 4 \\ x\log 3 &= \log 4 - x\log 4 \\ x\log 3 + x\log 4 &= \log 4 \\ x(\log 3 + \log 4) &= \log 4 \\ x &= \frac{\log 4}{\log 3 + \log 4} \\ x &\cong 0.56 \end{aligned}$$

22) Résous chaque équation. Vérifie s'il y a des racines étrangères.

a) $4^{2x} - 4^x - 20 = 0$

$$(4^x)^2 - 4^x - 20 = 0$$

Soit $k = 4^x$

$$\begin{aligned} k^2 - k - 20 &= 0 \\ (k-5)(k+4) &= 0 \end{aligned}$$

$k = 5$ ou $k = -4$

Cas 1

$$\begin{aligned} 4^x &= 5 \\ x &= \log_4(5) \\ x &= \frac{\log 5}{\log 4} \\ x &\cong 1.16 \end{aligned}$$

Cas 2

$4^x = -4$

Racine étrangère (aucune solution) – la base d'une puissance positive ne peut jamais être égale à un nombre négatif.

Donc $x \cong 1.16$

b) $2^x + 12(2)^{-x} = 7$

$$\begin{aligned} (2^x)(2^x) + 12(2^x)(2^{-x}) &= 7(2^x) \\ 2^{2x} + 12 &= 7(2^x) \\ (2^x)^2 - 7(2^x) + 12 &= 0 \end{aligned}$$

Soit $k = 2^x$

$$\begin{aligned} k^2 - 7k + 12 &= 0 \\ (k-4)(k-3) &= 0 \end{aligned}$$

$k = 4$ ou $k = 3$

Cas 1

$$\begin{aligned} 2^x &= 4 \\ x &= \log_2(2^2) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Cas 2

$$\begin{aligned} 2^x &= 3 \\ x &= \log_2(3) \\ x &= \frac{\log 3}{\log 2} \\ x &\cong 1.58 \end{aligned}$$

Les deux solutions sont valides.

Section 5 : 7.4 – Résolution des équations logarithmiques

23) Résous chaque équation

a) $\log_4 x = 1.8$

$$4^{1.8} = x$$

$$x \cong 12.13$$

b) $\log_5 x - \log_5(x - 2) = 1$

$$\log_5\left(\frac{x}{x-2}\right) = 1$$

$$5^1 = \frac{x}{x-2}$$

$$5(x-2) = x$$

$$5x - 10 = x$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{5}{2}$$

c) $5^{2x} = 2(5)^x + 1$

$$(5^x)^2 - 2(5^x) - 1 = 0$$

Soit $k = 5^x$

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

$$k = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$k = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$k = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$k = 1 \pm \sqrt{2}$$

Cas 1

$$1 + \sqrt{2} = 5^x$$

$$x = \log_5(1 + \sqrt{2})$$

$$x = \frac{\log(1 + \sqrt{2})}{\log(5)}$$

$$x \cong 0.548$$

Cas 2

$$1 - \sqrt{2} = 5^x$$

Racine étrangère – la base d'une puissance positive ne peut jamais être égale à un nombre négatif.

Donc $x \cong 0.548$

24) Résous

a) $\log(2x + 10) = 2$

$$10^2 = 2x + 10$$

$$100 = 2x + 10$$

$$90 = 2x$$

$$x = 45$$

b) $1 - \log(2x) = 0$

$$1 = \log(2x)$$

$$10^1 = 2x$$

$$x = 5$$

25) Résous. Vérifie s'il y a des racines étrangères.

a) $\log_2 x + \log_2(x + 2) = 3$

$$\log_2[x(x + 2)] = 3$$

$$2^3 = x(x + 2)$$

$$8 = x^2 + 2x$$

$$0 = x^2 + 2x - 8$$

$$0 = (x + 4)(x - 2)$$

Rejette $x = -4$ (rend les expressions originales indéfinies).

La seule solution est $x = 2$

b) $\log_3(3x + 7) = 2$

$$\begin{aligned} 3^2 &= 3x + 7 \\ 9 &= 3x + 7 \\ 2 &= 3x \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

c) $\log_5(2x + 1) = 1 - \log_5(x + 2)$

$$\begin{aligned} \log_5(2x + 1) + \log_5(x + 2) &= 1 \\ \log_5[(2x + 1)(x + 2)] &= 1 \\ 5^1 &= (2x + 1)(x + 2) \\ 5 &= 2x^2 + 5x + 2 \\ 0 &= 2x^2 + 5x - 3 \\ 0 &= (x + 3)(2x - 1) \end{aligned}$$

Rejette $x = -3$ (étrangère – rend les expressions originales indéfinies).

La seule solution est $x = \frac{1}{2}$

Section 6 : 7.4 – Applications

Table 3. Formules exponentielles

Générale	Demi-vie	Doublément
$A(t) = A_0(1 + i)^t$	$A(t) = A_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{H}}$	$A(t) = A_0(2)^{\frac{t}{D}}$
i est le pourcentage de croissance (+) ou de décroissance (-)	H est la période de demi-vie	D est la période de doublément

Table 4. Formules logarithmiques

pH	Décibel	Richter
$pH = -\log[H^+]$	$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$	$M = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$
pH est l'acidité et $[H^+]$ est la concentration d'ions hydronium en mol/L	β est le volume sonore en dB et I est l'intensité du son en W/m^2	M est la magnitude mesurée en richters, I est l'intensité

26) Lorsque tu bois une tasse de café ou un verre de cola, ou que tu manges une tablette de chocolat, le pourcentage, P , de caféine restant dans ton sang est lié au temps écoulé, t , en heures par $t = 5\left(\frac{\log P}{\log 0.5}\right)$

a) Combien de temps faudra-t-il pour que la quantité de caféine descende à 20 % de la quantité consommée?

$$\begin{aligned} t &= 5\left(\frac{\log 0.2}{\log 0.5}\right) \\ t &\cong 11.61 \text{ heures} \end{aligned}$$

b) Suppose que tu bois une tasse de café à 9 h 00; quel pourcentage de caféine restera dans ton corps à midi?

$$\begin{aligned} 3 &= 5\left(\frac{\log P}{\log 0.5}\right) \\ \frac{3\log 0.5}{5} &= \log P \\ P &= 10^{\frac{3\log 0.5}{5}} \\ P &\cong 0.6598 \end{aligned}$$

Environ 66 % reste.

27) Un échantillon de 50 mg de cobalt-60 se dégrade à 40 mg après 1.6 minute.

a) Détermine la demi-vie du cobalt-60.

$$\begin{aligned} 40 &= 50\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1.6}{h}} \\ 0.8 &= 0.5^{\frac{1.6}{h}} \\ \log 0.8 &= \frac{1.6}{h} \log 0.5 \\ h &= \frac{1.6 \log 0.5}{\log 0.8} \\ h &\cong 5 \text{ minutes} \end{aligned}$$

b) Combien de temps faudra-t-il pour que l'échantillon se dégrade à 5 % de sa quantité initiale?

$$\begin{aligned}2.5 &= 50 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5}} \\0.05 &= \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5}} \\\log 0.05 &= \frac{t}{5} \log \left(\frac{1}{2} \right) \\t &= \frac{5 \log 0.05}{\log 0.5} \\t &\cong 21.61 \text{ minutes}\end{aligned}$$

28) Détermine le pH, arrondi à une décimale, d'une solution ayant chacune des concentrations d'ions hydronium suivantes.

a) 0.000 316 mol/L

$$\begin{aligned}\text{pH} &= -\log(0.000\,316) \\\text{pH} &\cong 3.5\end{aligned}$$

b) 7.9×10^{-9} mol/L

$$\begin{aligned}\text{pH} &= -\log(7.9 \times 10^{-9}) \\\text{pH} &\cong 8.1\end{aligned}$$

29) Calcule la concentration d'ions hydronium, arrondie à deux décimales, si le pH d'une solution est

a) 2.2

$$\begin{aligned}2.2 &= -\log[H^+] \\-2.2 &= \log[H^+] \\[H^+] &= 10^{-2.2} \\[H^+] &\cong 6.31 \times 10^{-3} \text{ mol/L}\end{aligned}$$

b) 11.6

$$\begin{aligned}11.6 &= -\log[H^+] \\-11.6 &= \log[H^+] \\[H^+] &= 10^{-11.6} \\[H^+] &\cong 2.51 \times 10^{-12} \text{ mol/L}\end{aligned}$$

30) Utilise l'échelle des niveaux sonores de tes notes pour répondre aux questions suivantes :

a) Combien de fois plus intense est une conversation normale comparée à un chuchotement?

$$\begin{aligned}60 - 30 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\3 &= \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\10^3 &= \frac{I_2}{I_1} \\\frac{I_2}{I_1} &= 1000\end{aligned}$$

1000 fois plus intense.

b) Combien de fois plus intense est la circulation urbaine normale comparée à un cri?

$$\begin{aligned}85 - 80 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\0.5 &= \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\10^{0.5} &= \frac{I_2}{I_1} \\\frac{I_2}{I_1} &\cong 3.16\end{aligned}$$

Environ 3.16 fois plus intense.

31) L'intensité du son dans une bibliothèque est estimée à un millième de celle d'une conversation normale. Quel est le niveau en décibels de la bibliothèque?

$$\begin{aligned}\beta_2 - 60 &= 10 \log \left(\frac{1}{1000} \right) \\\beta_2 &= 10 \log \left(\frac{1}{1000} \right) + 60 \\\beta_2 &= 10(-3) + 60 \\\beta_2 &= 30\end{aligned}$$

La bibliothèque est à 30 dB.

32) Combien de fois plus intense est un tremblement de terre de magnitude 7.2 qu'un tremblement de terre de magnitude 5.6?

$$\begin{aligned}7.2 - 5.6 &= 1.6 \\1.6 &= \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \\10^{1.6} &= \frac{I}{I_0} \\\frac{I}{I_0} &\cong 39.8\end{aligned}$$

Environ 39.8 fois plus intense.

33) Si un tremblement de terre est 390 fois plus intense qu'un tremblement de terre de magnitude 4.2 sur l'échelle de Richter, quelle est la magnitude du tremblement de terre le plus intense?

$$\begin{aligned}M - 4.2 &= \log(390) \\M &= \log(390) + 4.2 \\M &\cong 6.79\end{aligned}$$

Environ 6.79.

34) La magnitude absolue de l'étoile A est -4.5 et celle de l'étoile B est 0.2. Combien de fois plus brillante est l'étoile A que l'étoile B, à l'unité près?

$$\begin{aligned}0.2 - (-4.5) &= \log\left(\frac{b_1}{b_2}\right) \\4.7 &= \log\left(\frac{b_1}{b_2}\right) \\10^{4.7} &= \frac{b_1}{b_2} \\\frac{b_1}{b_2} &\cong 50\,119\end{aligned}$$

Environ 50 119 fois plus brillante.

35) Un altimètre est un appareil qui mesure la hauteur d'un avion au-dessus du sol. Il fonctionne selon la pression atmosphérique, à l'aide de la formule $h = 18\,400 \log \frac{P_0}{P}$, où h est la hauteur au-dessus du sol en mètres, P est la pression atmosphérique à cette hauteur, et P_0 était la pression atmosphérique au sol au décollage. La pression atmosphérique est mesurée en kilopascals (kPa).

a) La pression atmosphérique au sol était de 102 kPa. Si les instruments de l'avion mesurent une pression de 32.5 kPa à l'extérieur de l'avion, quelle est la hauteur de l'avion au mètre près?

$$\begin{aligned}h &= 18\,400 \log\left(\frac{102}{32.5}\right) \\h &\cong 9140 \text{ m}\end{aligned}$$

b) Quelle est la pression atmosphérique extérieure pour un avion volant à 11 000 mètres? Suppose une pression au sol de 102.5 kPa. Arrondis à une décimale.

$$\begin{aligned}11\,000 &= 18\,400 \log\left(\frac{102.5}{P}\right) \\\frac{11\,000}{18\,400} &= \log\left(\frac{102.5}{P}\right) \\\frac{11\,000}{18\,400} &= \frac{102.5}{P} \\P &= \frac{102.5}{\frac{11\,000}{18\,400}} \\P &\cong 25.9 \text{ kPa}\end{aligned}$$

c) À quelle hauteur un avion devrait-il voler pour rencontrer une pression atmosphérique égale à la moitié de la pression au sol? Arrondis au mètre près.

$$\begin{aligned}h &= 18\,400 \log(2) \\h &\cong 5539 \text{ m}\end{aligned}$$