

## 3.8 Le logarithme naturel – Leçon

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de [www.jensenmath.ca](http://www.jensenmath.ca)

### Partie 1 : Qu'est-ce que « e »?

**Exemple 1 :** Suppose que tu investis 1 \$ à un taux d'intérêt de 100 % pendant 1 an, à différents niveaux de capitalisation. Quel est le montant le plus élevé que tu peux avoir après 1 an?

Remarque : la formule utilisée pour l'intérêt composé de 1 \$ à 100 % d'intérêt, capitalisé  $n$  fois durant l'année, est :

$$A = 1\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

| Niveau de capitalisation, $n$   | Montant, $A$ en dollars |
|---------------------------------|-------------------------|
| Annuellement (une fois par an)  | _____                   |
| Semestriellement (2 fois)       | _____                   |
| Trimestriellement (4 fois)      | _____                   |
| Mensuellement (12 fois)         | _____                   |
| Quotidiennement (365 fois)      | _____                   |
| À la seconde (31 536 000 fois)  | _____                   |
| En continu (1 000 000 000 fois) | _____                   |

Propriétés de  $e$  :

- $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cong$  \_\_\_\_\_
- $e$  est un nombre \_\_\_\_\_, semblable à  $\pi$ . Ce sont des nombres non finis et non périodiques.
- $\log_e x$  est appelé le \_\_\_\_\_ et peut s'écrire \_\_\_\_\_
- De nombreux phénomènes naturels peuvent être modélisés à l'aide de fonctions exponentielles et logarithmiques de base  $e$ .
- $\log_e e = \ln e =$  \_\_\_\_\_

### Partie 2 : Rappel des règles des logarithmes

| Règle                               | Formule                                                                                              |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Loi de la puissance des logarithmes | $\log_b x^n = n \log_b x$ pour $b > 0$ , $b \neq 1$ , $x > 0$                                        |
| Loi du produit des logarithmes      | $\log_b(mn) = \log_b m + \log_b n$ pour $b > 0$ , $b \neq 1$ , $m > 0$ , $n > 0$                     |
| Loi du quotient des logarithmes     | $\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b m - \log_b n$ pour $b > 0$ , $b \neq 1$ , $m > 0$ , $n > 0$ |
| Formule de changement de base       | $\log_b m = \frac{\log m}{\log b}$ , $m > 0$ , $b > 0$ , $b \neq 1$                                  |
| Exponentielle vers logarithmique    | $y = b^x \rightarrow x = \log_b y$                                                                   |
| Logarithmique vers exponentielle    | $y = \log_b x \rightarrow x = b^y$                                                                   |
| Autres astuces utiles               | $\log_a(a^b) = b$<br>$\log a = \log_{10} a$<br>$\log_b b = 1$                                        |

Partie 3 : Résolution de problèmes impliquant  $e$

Exemple 2 : Évalue chacune des expressions suivantes

a)  $e^3$

\_\_\_\_\_

b)  $\ln 10$

\_\_\_\_\_

c)  $\ln e$

\_\_\_\_\_

Exemple 3 : Résous chacune des équations suivantes

a)  $20 = 3e^x$

b)  $e^{1-2x} = 55$

c)  $2\ln(x - 3) - 7 = 3$

d)  $\ln(4e^x) = 2$

Partie 4 : Représentation graphique de fonctions impliquant  $e$

Exemple 4 : Trace le graphique des fonctions  $y = e^x$  et  $y = \ln x$

Remarque :  $y = \ln x$  est la réciproque de  $y = e^x$

Table 1.  $y = e^x$

| $x$   | $y$   |
|-------|-------|
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |
| AH    | _____ |

Table 2.  $y = \ln x$

| $x$   | $y$   |
|-------|-------|
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |
| _____ | _____ |
| AV    | _____ |

