

3.6 Applications des logarithmes dans les sciences physiques – Leçon avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Partie 1 : Révision de la résolution d'équations logarithmiques

Exemple 1 : Résous pour x dans l'équation suivante

$$\log_2(x - 6) = 4 - \log_2 x$$

$$\begin{aligned}\log_2(x - 6) + \log_2 x &= 4 \\ \log_2[(x - 6)(x)] &= 4 \\ 2^4 &= (x - 6)(x) \\ 16 &= x^2 - 6x \\ 0 &= x^2 - 6x - 16 \\ 0 &= (x - 8)(x + 2) \\ x &= 8\end{aligned}$$

Rejette $x = -2$ car les deux expressions logarithmiques originales sont indéfinies pour cette valeur.

Partie 2 : Échelle de pH

L'échelle de pH sert à mesurer l'acidité ou l'alcalinité d'une solution chimique. Elle est définie ainsi :

$$pH = -\log[H^+]$$

où $[H^+]$ est la concentration d'ions hydronium, mesurée en moles par litre.

pH	Concentration (mol/L)	Classification
1.0	10^{-1}	Acide
7.0	10^{-7}	Neutre
14.0	10^{-14}	Alcalin

pH	Exemple de substance
0	acide de batterie, acide fluorhydrique concentré
1	acide chlorhydrique sécrété par la paroi de l'estomac
2	jus de citron, suc gastrique, vinaigre
3	pamplemousse, jus d'orange, boisson gazeuse
4	jus de tomate, pluie acide
5	eau potable douce, café noir
6	urine, salive
7	eau « pure »
8	eau de mer
9	bicarbonate de soude
10	Grand Lac Salé, lait de magnésie
11	solution d'ammoniaque
12	eau savonneuse
13	eau de Javel, nettoyant pour four
14	déboucheur liquide

Exemple 2 : Réponds aux questions suivantes sur l'échelle de pH

a) Le jus de tomate a une concentration d'ions hydronium d'environ 0.0001 mol/L . Quel est son pH?

$$\begin{aligned}pH &= -\log 0.0001 \\ pH &= -(-4) \\ pH &= 4\end{aligned}$$

b) Le sang a une concentration d'ions hydronium d'environ 4×10^{-7} mol/L. Le sang est-il acide ou alcalin?

$$\begin{aligned} pH &= -\log(4 \times 10^{-7}) \\ pH &\cong 6.4 \end{aligned}$$

Puisque cette valeur est inférieure à la valeur neutre de 7, le sang est acide.

c) Le jus d'orange a un pH d'environ 3. Quelle est la concentration d'ions hydronium dans le jus d'orange?

$$\begin{aligned} 3 &= -\log[H^+] \\ -3 &= \log[H^+] \\ 10^{-3} &= [H^+] \\ [H^+] &= 0.001 \text{ mol/L} \end{aligned}$$

Partie 3 : Échelle des décibels

Certains niveaux sonores courants sont indiqués sur l'échelle des décibels ci-dessous. La différence de niveau sonore, en décibels, peut être trouvée à l'aide de l'équation :

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$$

où $\beta_2 - \beta_1$ est la différence de niveau sonore, en décibels, et $\frac{I_2}{I_1}$ est le rapport de leurs intensités sonores, où I est mesuré en watts par mètre carré (W/m^2)

Son	Niveau (dB)
Fusée	200
Moteur à réaction	160
Haut-parleur de concert rock	150
Symphonie (pointe)	120
Sortie maximale d'une chaîne stéréo	100
Chutes du Niagara	90
Circulation urbaine normale	85
Cri	80
Conversation normale	60
Chuchotement	30
Bruissement de feuilles	10

Exemple 3 : Réponds aux questions suivantes sur les décibels

a) Combien de fois plus intense qu'un chuchotement est le son d'une conversation normale?

$$\begin{aligned} 60 - 30 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\ 30 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\ 3 &= \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \\ 10^3 &= \frac{I_2}{I_1} \\ \frac{I_2}{I_1} &= 1000 \end{aligned}$$

Une conversation est 1000 fois plus intense qu'un chuchotement.

b) Le niveau sonore de la circulation urbaine normale est d'environ 85 dB. Le niveau sonore en motoneige est environ 32 fois plus intense. Quel est le niveau sonore en motoneige, en décibels?

$$\begin{aligned} \beta_2 - 85 &= 10 \log(32) \\ \beta_2 &= 10 \log(32) + 85 \\ \beta_2 &\cong 100 \text{ dB} \end{aligned}$$

Partie 4 : Échelle de Richter

La magnitude, M , d'un tremblement de terre est mesurée à l'aide de l'échelle de Richter, définie ainsi :

$$M = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I est l'intensité du tremblement de terre mesuré et I_0 est l'intensité d'un tremblement de terre standard de faible niveau.

Exemple 4 : Réponds aux questions suivantes sur l'échelle de Richter

a) Combien de fois plus intense qu'un tremblement de terre standard est un tremblement de terre de magnitude 2.4 sur l'échelle de Richter?

$$\begin{aligned} 2.4 &= \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \\ 10^{2.4} &= \frac{I}{I_0} \\ \frac{I}{I_0} &\cong 251.19 \end{aligned}$$

Il est environ 251 fois plus intense qu'un tremblement de terre standard.

b) Quelle est la magnitude d'un tremblement de terre 1000 fois plus intense qu'un tremblement de terre standard?

$$\begin{aligned} M &= \log 1000 \\ M &= 3 \end{aligned}$$