

2.6 Fiche d'exercices sur la résolution d'inéquations avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Résolvez chaque inéquation linéaire

a) $x + 3 \leq 5$

$x \leq 2$

b) $7x < 4 + 3x$

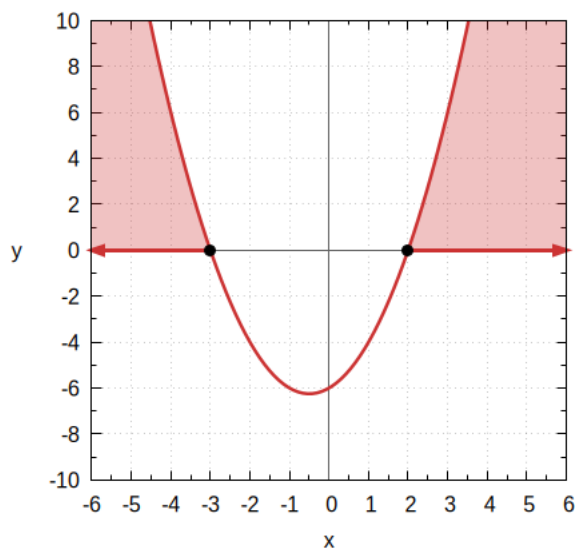
$4x < 4$

$x < 1$

2) Résolvez chaque inéquation en traçant le graphique

a) $(x + 3)(x - 2) > 0$

Zéros en -3 et 2 . Degré 2, coefficient dominant positif.

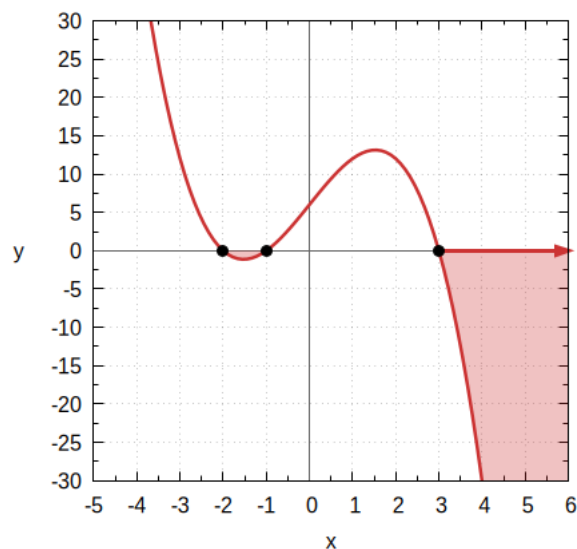


Solution : $x < -3$ ou $x > 2$

$x \in (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$

b) $(x + 2)(3 - x)(x + 1) < 0$

Zéros en -2 , 3 , et -1 . Degré 3, coefficient dominant négatif (à cause du facteur $3 - x$).



Solution : $-2 < x < -1$ ou $x > 3$

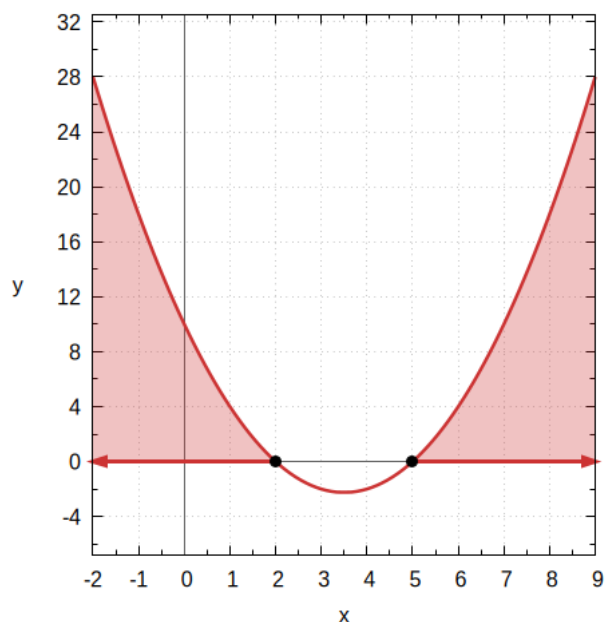
$x \in (-2, -1) \cup (3, \infty)$

3) Résolvez chacune des inéquations polynomiales suivantes

a) $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

$(x - 2)(x - 5) \geq 0$

	$x < 2$	$2 < x < 5$	$x > 5$
Point d'essai	0	3	6
$x - 2$	-	+	+
$x - 5$	-	-	+
Signe global	+	-	+



Solution : $x \leq 2$ ou $x \geq 5$

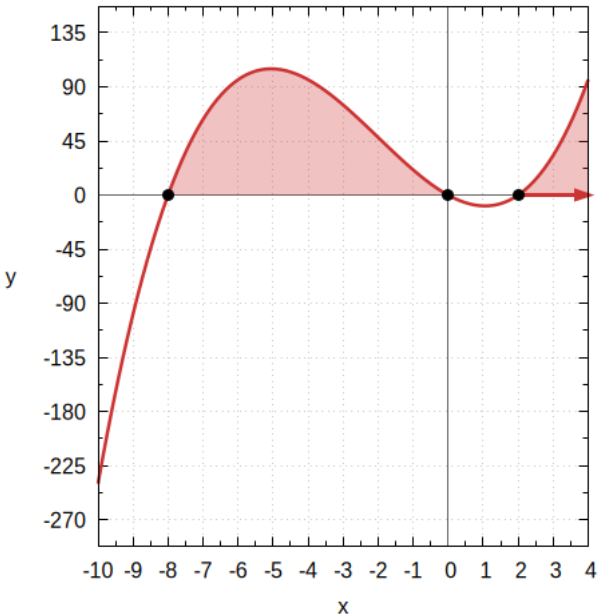
$x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

b) $x^3 + 6x^2 - 16x > 0$

$x(x^2 + 6x - 16) > 0$

$x(x + 8)(x - 2) > 0$

	$x < -8$	$-8 < x < 0$	$0 < x < 2$	$x > 2$
Point d'essai	-10	-1	1	3
x	-	-	+	+
$x + 8$	-	+	+	+
$x - 2$	-	-	-	+
Signe global	-	+	-	+



Solution : $-8 < x < 0$ ou $x > 2$

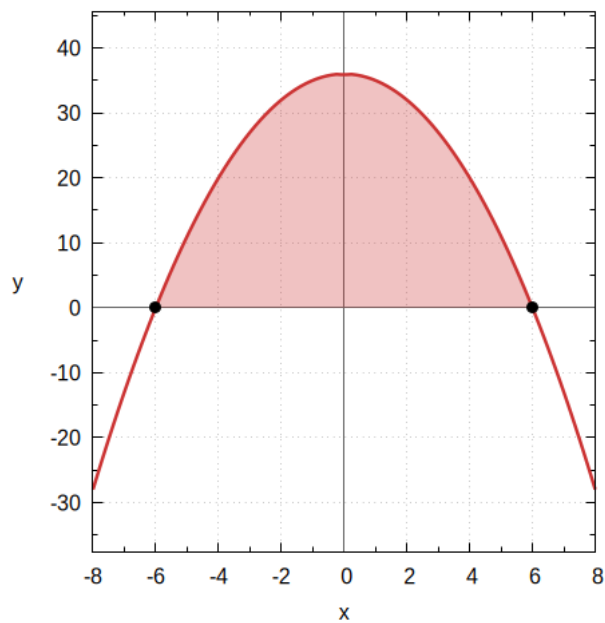
$x \in (-8, 0) \cup (2, \infty)$

c) $-x^2 + 36 \geq 0$

$-1(x^2 - 36) \geq 0$

$-1(x - 6)(x + 6) \geq 0$

	$x < -6$	$-6 < x < 6$	$x > 6$
Point d'essai	-7	0	7
-1	-	-	-
$x - 6$	-	-	+
$x + 6$	-	+	+
Signe global	-	+	-



Solution : $-6 \leq x \leq 6$

$x \in [-6, 6]$

d) $x^4 - 26x^2 + 25 > 0$

$(x^2 - 25)(x^2 - 1) > 0$

$(x - 5)(x + 5)(x - 1)(x + 1) > 0$

	$x < -5$	$-5 < x < -1$	$-1 < x < 1$	$1 < x < 5$	$x > 5$
Point d'essai	-6	-2	0	2	6
$x - 5$	-	-	-	-	+
$x + 5$	-	+	+	+	+
$x - 1$	-	-	-	+	+
$x + 1$	-	-	+	+	+
Signe global	+	-	+	-	+

Solution : $x < -5$ ou $-1 < x < 1$ ou $x > 5$

$x \in (-\infty, -5) \cup (-1, 1) \cup (5, \infty)$

e) $x^3 - 3x^2 \geq 25x - 75$

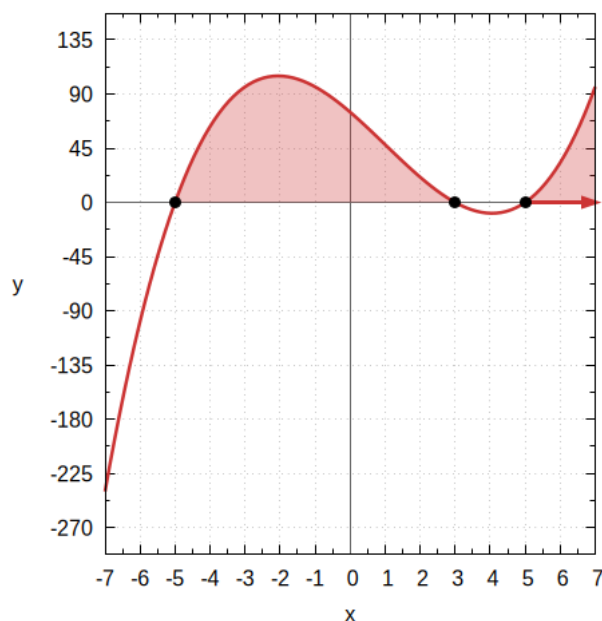
$x^3 - 3x^2 - 25x + 75 \geq 0$

$x^2(x - 3) - 25(x - 3) \geq 0$

$(x - 3)(x^2 - 25) \geq 0$

$(x - 3)(x - 5)(x + 5) \geq 0$

	$x < -5$	$-5 < x < 3$	$3 < x < 5$	$x > 5$
Point d'essai	-6	0	4	6
$x - 3$	-	-	+	+
$x - 5$	-	-	-	+
$x + 5$	-	+	+	+
Signe global	-	+	-	+



Solution : $-5 \leq x \leq 3$ ou $x \geq 5$

$$x \in [-5, 3] \cup [5, \infty)$$

f) $-x^3 + 28x + 48 \geq 0$

Multipliez les deux côtés par -1 (inversez l'inégalité) :

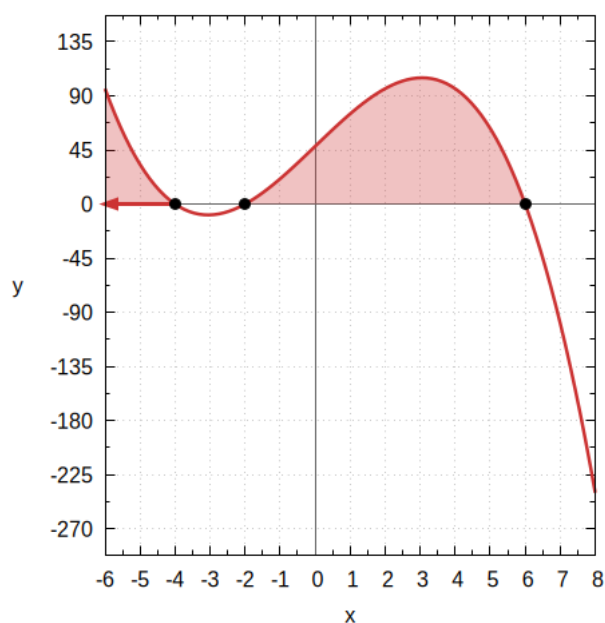
$$x^3 - 28x - 48 \leq 0$$

$$f(-2) = (-2)^3 - 28(-2) - 48 = -8 + 56 - 48 = 0, \text{ donc } x + 2 \text{ est un facteur.}$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x - 24) \leq 0$$

$$(x + 2)(x - 6)(x + 4) \leq 0$$

	$x < -4$	$-4 < x < -2$	$-2 < x < 6$	$x > 6$
Point d'essai	-5	-3	0	7
$x + 2$	-	-	+	+
$x - 6$	-	-	-	+
$x + 4$	-	+	+	+
Signe global	-	+	-	+



Solution : $x \leq -4$ ou $-2 \leq x \leq 6$

$$x \in (-\infty, -4] \cup [-2, 6]$$

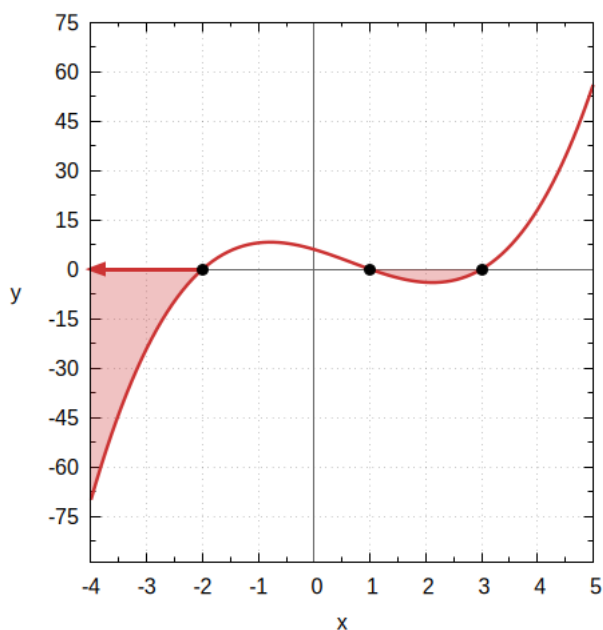
g) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$

$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$, donc $x - 1$ est un facteur.

$$(x - 1)(x^2 - x - 6) < 0$$

$$(x - 1)(x - 3)(x + 2) < 0$$

	$x < -2$	$-2 < x < 1$	$1 < x < 3$	$x > 3$
Point d'essai	-3	0	2	4
$x - 1$	-	-	+	+
$x - 3$	-	-	-	+
$x + 2$	-	+	+	+
Signe global	-	+	-	+



Solution : $x < -2$ ou $1 < x < 3$

$$x \in (-\infty, -2) \cup (1, 3)$$

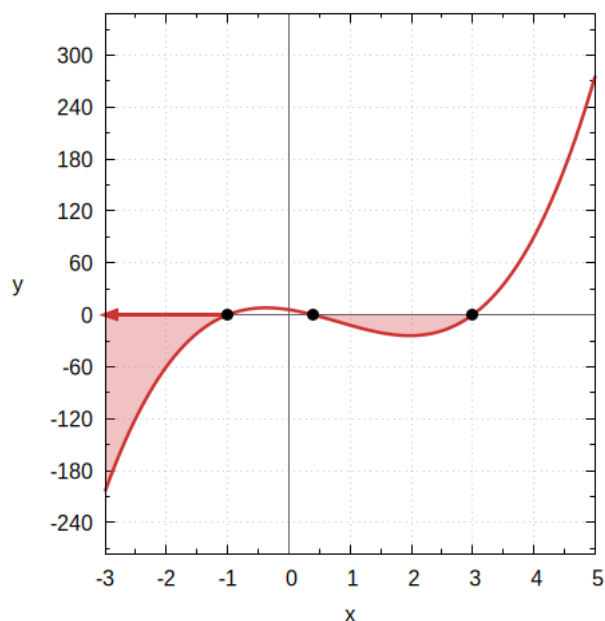
h) $5x^3 - 12x^2 - 11x + 6 \leq 0$

$f(-1) = 5(-1)^3 - 12(-1)^2 - 11(-1) + 6 = -5 - 12 + 11 + 6 = 0$, donc $x + 1$ est un facteur.

$$(x + 1)(5x^2 - 17x + 6) \leq 0$$

$$(x + 1)(5x - 2)(x - 3) \leq 0$$

	$x < -1$	$-1 < x < 0.4$	$0.4 < x < 3$	$x > 3$
Point d'essai	-2	0	1	4
$x + 1$	-	+	+	+
$5x - 2$	-	-	+	+
$x - 3$	-	-	-	+
Signe global	-	+	-	+



Solution : $x \leq -1$ ou $\frac{2}{5} \leq x \leq 3$

$$x \in (-\infty, -1] \cup \left[\frac{2}{5}, 3\right]$$

4) Le prix, p , en dollars, d'une action t années après 1999 peut être modélisé par la fonction $p(t) = 0.5t^3 - 5.5t^2 + 14t$. Quand l'action sera-t-elle supérieure à 90 \$? Vous pouvez utiliser la technologie pour vous aider à déterminer la solution.

$$0.5t^3 - 5.5t^2 + 14t > 90$$

$$0.5t^3 - 5.5t^2 + 14t - 90 > 0$$

$$0.5(t^3 - 11t^2 + 28t - 180) > 0$$

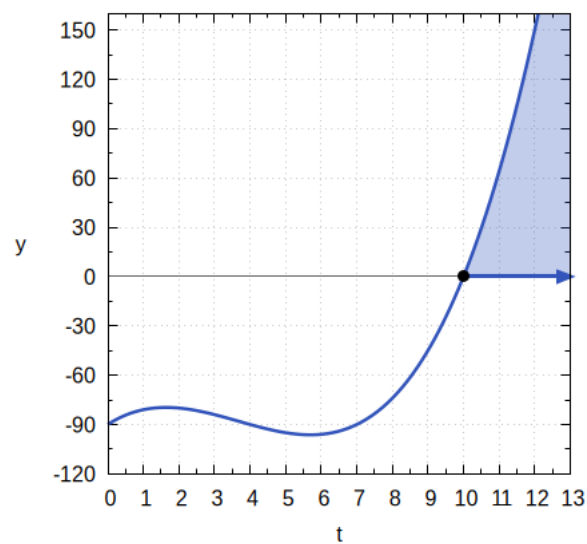
$$t^3 - 11t^2 + 28t - 180 > 0$$

$f(10) = 0$, donc $t - 10$ est un facteur

$$\begin{array}{r|rrrr} 10 & 1 & -11 & 28 & -180 \\ & & 10 & -10 & 180 \\ \hline & 1 & -1 & 18 & 0 \\ & t^2 & t & \# & R \end{array}$$

$$(t - 10)(t^2 - t + 18) > 0$$

Vérifiez le discriminant de $t^2 - t + 18$: $b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(18) = -71$ —aucune solution réelle, donc $t^2 - t + 18$ est toujours positif.



Solution : $t > 10, t \in (10, \infty)$

L'action sera supérieure à 90 \$ après 10 ans (2009).