

2.2 Fiche d'exercices sur la division synthétique avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Calculez chacune des expressions suivantes à l'aide de la division synthétique. Exprimez votre réponse à l'aide de l'énoncé qui pourrait être utilisé pour vérifier la division.

a) $x^3 - 7x - 6$ divisé par $x - 3$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & 0 & -7 & -6 \\ & & 3 & 9 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$x^3 - 7x - 6 = (x - 3)(x^2 + 3x + 2)$$

b) $2x^3 - 7x^2 - 7x + 19$ divisé par $x - 1$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -7 & -7 & 19 \\ & & 2 & -5 & -12 \\ \hline & 2 & -5 & -12 & 7 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$2x^3 - 7x^2 - 7x + 19 = (x - 1)(2x^2 - 5x - 12) + 7$$

c) $6x^4 + 13x^3 - 34x^2 - 47x + 28$ divisé par $x + 3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 6 & 13 & -34 & -47 & 28 \\ & & -18 & 15 & 57 & -30 \\ \hline & 6 & -5 & -19 & 10 & -2 \\ & x^3 & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$6x^4 + 13x^3 - 34x^2 - 47x + 28 = (x + 3)(6x^3 - 5x^2 - 19x + 10) - 2$$

d) $2x^3 + x^2 - 22x + 20$ divisé par $2x - 3$

$$2x - 3 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right) \rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{3}{2} & 2 & 1 & -22 & 20 \\ & & 3 & 6 & -24 \\ \hline & 2 & 4 & -16 & -4 \\ & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\frac{2x^2 + 4x - 16}{2} = x^2 + 2x - 8$$

$$2x^3 + x^2 - 22x + 20 = (2x - 3)(x^2 + 2x - 8) - 4$$

e) $12x^4 - 56x^3 + 59x^2 + 9x - 18$ divisé par $2x + 1$

$$2x + 1 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right) \rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -\frac{1}{2} & 12 & -56 & 59 & 9 & -18 \\ & & -6 & 31 & -45 & 18 \\ \hline & 12 & -62 & 90 & -36 & 0 \\ & x^3 & x^2 & x & \# & R \end{array}$$

$$\frac{12x^3 - 62x^2 + 90x - 36}{2} = 6x^3 - 31x^2 + 45x - 18$$

$$12x^4 - 56x^3 + 59x^2 + 9x - 18 = (2x + 1)(6x^3 - 31x^2 + 45x - 18)$$

f) $6x^3 - 15x^2 - 2x + 5$ divisé par $2x - 5$

$$2x - 5 = 2\left(x - \frac{5}{2}\right) \rightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{5}{2} & 6 & -15 & -2 & 5 \\ & & 15 & 0 & -5 \\ \hline & 6 & 0 & -2 & 0 \\ & x^2 & x & \# & R \\ \hline & 6x^2 + 0x - 2 & & & \\ & \underline{2} & & & \\ & 6x^3 - 15x^2 - 2x + 5 & = & (2x - 5)(3x^2 - 1) \end{array}$$

g) $x^3 - 2x + 1$ divisé par $x - 4$

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ & & 4 & 16 & 56 \\ \hline & 1 & 4 & 14 & 57 \\ & x^2 & x & \# & R \\ \hline & x^3 - 2x + 1 & = & (x - 4)(x^2 + 4x + 14) + 57 \end{array}$$

h) $x^3 + 2x^2 - 6x + 1$ divisé par $x + 2$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 2 & -6 & 1 \\ & & -2 & 0 & 12 \\ \hline & 1 & 0 & -6 & 13 \\ & x^2 & x & \# & R \\ \hline & x^3 + 2x^2 - 6x + 1 & = & (x + 2)(x^2 - 6) + 13 \end{array}$$

2) Divisez $x^4 - 16x^3 + 4x^2 + 10x - 11$ par chacun des binômes suivants...

a) $x - 2$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & -16 & 4 & 10 & -11 \\ & & 2 & -28 & -48 & -76 \\ \hline & 1 & -14 & -24 & -38 & -87 \\ & x^3 & x^2 & x & \# & R \\ \hline & x^4 - 16x^3 + 4x^2 + 10x - 11 & = & (x - 2)(x^3 - 14x^2 - 24x - 38) - 87 \end{array}$$

b) $x + 4$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -4 & 1 & -16 & 4 & 10 & -11 \\ & & -4 & 80 & -336 & 1304 \\ \hline & 1 & -20 & 84 & -326 & 1293 \\ & x^3 & x^2 & x & \# & R \\ \hline & x^4 - 16x^3 + 4x^2 + 10x - 11 & = & (x + 4)(x^3 - 20x^2 + 84x - 326) + 1293 \end{array}$$

3) Est-ce que l'un ou l'autre des binômes de la question 2 est un facteur de $x^4 - 16x^3 + 4x^2 + 10x - 11$? Expliquez.

Non, car la division par chaque binôme laisse un reste non nul (-87 et 1293 respectivement).