

1.3 Fiche d'exercices sur la forme factorisée des fonctions polynomiales avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

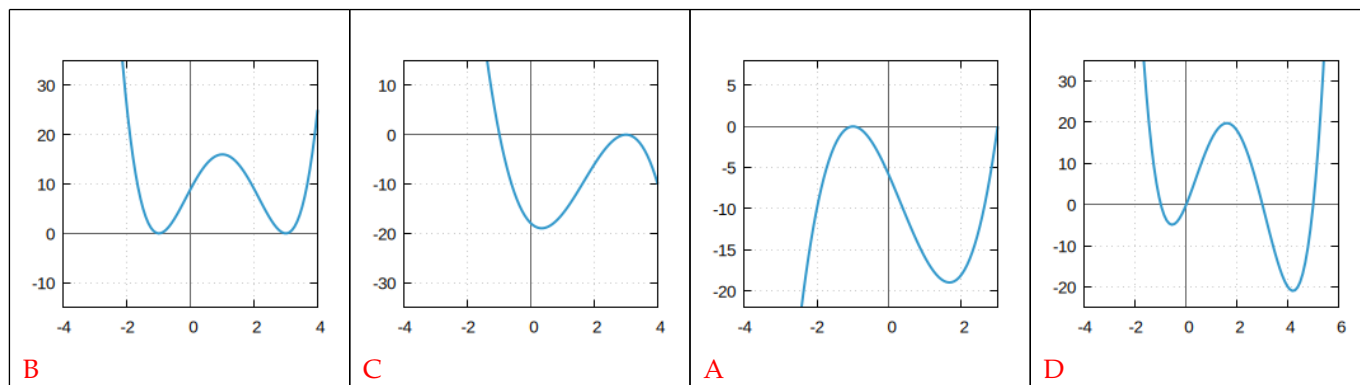
1) Associez chaque équation au graphique le plus approprié. Écrivez la lettre de l'équation sous le graphique correspondant.

A) $f(x) = 2(x + 1)^2(x - 3)$

B) $f(x) = (x + 1)^2(x - 3)^2$

C) $f(x) = -2(x + 1)(x - 3)^2$

D) $f(x) = x(x + 1)(x - 3)(x - 5)$

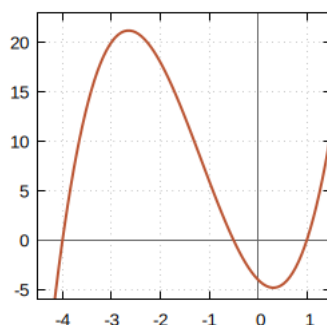


2) Complétez le tableau

Équation	Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros
$f(x) = (x - 4)(x + 3)(2x - 1)$	3	2	$y \rightarrow -\infty$ lorsque $x \rightarrow -\infty$; $y \rightarrow \infty$ lorsque $x \rightarrow \infty$ (Q3 à Q1)	$(4, 0)$, $(-3, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$
$g(x) = -2(x + 2)(x - 2)(1 + x)(x - 1)$	4	-2	$y \rightarrow -\infty$ lorsque $x \rightarrow \pm\infty$ (Q3 à Q4)	$(-2, 0)$, $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(2, 0)$
$h(x) = (3x + 2)^2(x - 4)(x + 1)(2x - 3)$	5	18	$y \rightarrow -\infty$ lorsque $x \rightarrow -\infty$; $y \rightarrow \infty$ lorsque $x \rightarrow \infty$ (Q3 à Q1)	$(4, 0)$, $(-1, 0)$, $(-\frac{2}{3}, 0)$, $(\frac{3}{2}, 0)$
$p(x) = -(x + 5)^3(x - 5)^3$	6	-1	$y \rightarrow -\infty$ lorsque $x \rightarrow \pm\infty$ (Q3 à Q4)	$(-5, 0)$, $(5, 0)$

3) Pour chaque graphique, indiquez...

- le degré minimal possible et le signe du coefficient dominant
 - les zéros (précisez l'ordre de chaque zéro) et les facteurs de la fonction
 - les intervalles où la fonction est positive/négative
- a)



i) degré : 3

coefficient dominant : positif

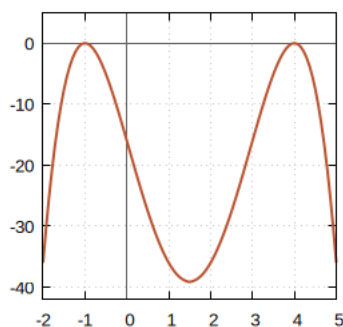
ii) zéros : -4, -0.5, 1

facteurs : $(x+4)$, $(2x+1)$, $(x-1)$

iii)

Intervalle	$(-\infty, -4)$	$(-4, -0.5)$	$(-0.5, 1)$	$(1, \infty)$
Signe	-	+	-	+

b)



i) degré : 4

coefficient dominant : négatif

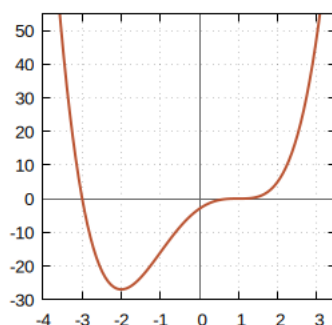
ii) zéros : -1 (ordre 2), 4 (ordre 2)

facteurs : $(x+1)^2$, $(x-4)^2$

iii)

Intervalle	$(-\infty, -1)$	$(-1, 4)$	$(4, \infty)$
Signe	-	-	-

c)



i) degré : 4

coefficient dominant : positif

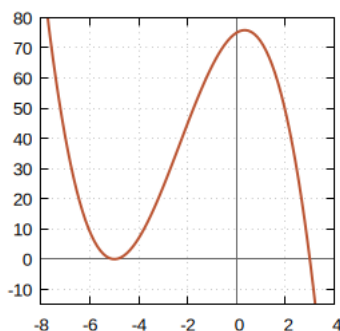
ii) zéros : -3, 1 (ordre 3)

facteurs : $(x+3)$, $(x-1)^3$

iii)

Intervalle	$(-\infty, -3)$	$(-3, 1)$	$(1, \infty)$
Signe	+	-	+

d)



i) degré : 3

coefficient dominant : négatif

ii) zéros : -5 (ordre 2), 3

facteurs : $(x+5)^2$, $(x-3)$

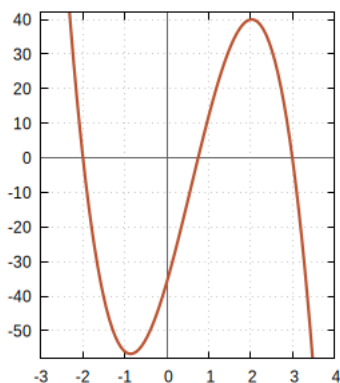
iii)

Intervalle	$(-\infty, -5)$	$(-5, 3)$	$(3, \infty)$
Signe	+	+	-

4) Pour chaque fonction, complétez le tableau et esquissez un graphique possible de la fonction en indiquant les points clés.

a) $f(x) = -2(x-3)(x+2)(4x-3)$

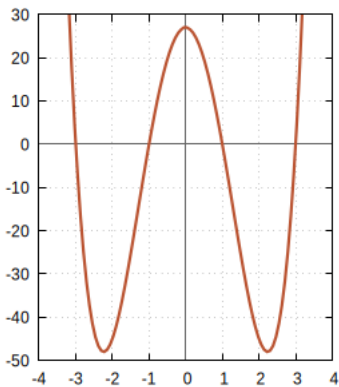
Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
3	-8	$y \rightarrow \infty$ lorsque $x \rightarrow -\infty$; $y \rightarrow -\infty$ lorsque $x \rightarrow \infty$ (Q2 à Q4)	$(3, 0)$, $(-2, 0)$, $(\frac{3}{4}, 0)$	$(0, -36)$



b) $g(x) = (x-1)(x+3)(1+x)(3x-9)$

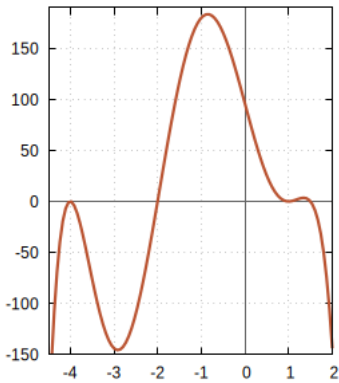
1.3 Fiche d'exercices sur la forme factorisée des fonctions polynomiales avec solutions

Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
4	3	$y \rightarrow \infty$ lorsque $x \rightarrow \pm \infty$ (Q2 à Q1)	(1, 0), (-3, 0), (-1, 0), (3, 0)	(0, 27)



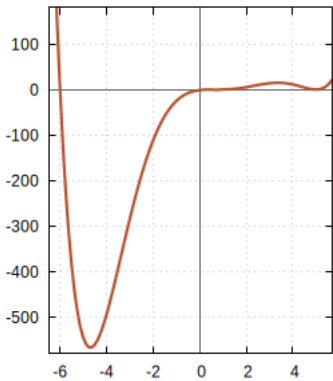
c) $h(x) = -(x + 4)^2(x - 1)^2(x + 2)(2x - 3)$

Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
6	-2	$y \rightarrow -\infty$ lorsque $x \rightarrow \pm \infty$ (Q3 à Q4)	(-4, 0) ordre 2, (1, 0) ordre 2, (-2, 0), (1.5, 0)	(0, 96)



d) $p(x) = 3(x + 6)(x - 5)^2(3x - 2)^3$

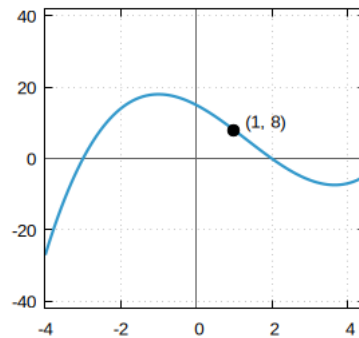
Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
6	81	$y \rightarrow \infty$ lorsque $x \rightarrow \pm \infty$ (Q2 à Q1)	(-6, 0), (5, 0) ordre 2, ($\frac{2}{3}$, 0) ordre 3	(0, -3600)



(pas à l'échelle)

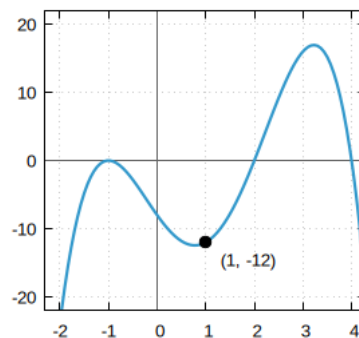
5) Écrivez l'équation de chaque fonction

a)



Zéros à $-3, 2, 5$, donc $f(x) = a(x+3)(x-2)(x-5)$. En substituant $(1, 8)$: $8 = a(4)(-1)(-4) = 16a \Rightarrow a = 0.5$.
 $f(x) = 0.5(x+3)(x-2)(x-5)$

b)



Le graphique touche (sans croiser) à $x = -1$, donc c'est un zéro d'ordre 2 : $f(x) = a(x+1)^2(x-2)(x-4)$. En substituant $(1, -12)$: $-12 = a(4)(-1)(-3) = 12a \Rightarrow a = -1$.

$$f(x) = -(x+1)^2(x-2)(x-4)$$

6) Déterminez une équation d'une fonction quintique ayant des zéros -1 (ordre 3) et 3 (ordre 2) et passant par le point $(-2, 50)$.

$$f(x) = a(x+1)^3(x-3)^2$$

En substituant $(-2, 50)$:

$$50 = a(-1)^3(-5)^2 = a(-1)(25) = -25a \Rightarrow a = -2$$

$$f(x) = -2(x+1)^3(x-3)^2$$

7) Déterminez les zéros de $f(x) = (2x^2 - x - 1)(x^2 - 3x - 4)$.

Factorisez chaque trinôme carré : $2x^2 - x - 1 = (2x+1)(x-1)$ et $x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1)$.

$$f(x) = (2x+1)(x-1)(x-4)(x+1)$$

Les zéros sont $x = -4, 1, -1$ et -0.5 .