

1.2 Fiche d'exercices sur les caractéristiques des fonctions polynomiales avec solutions

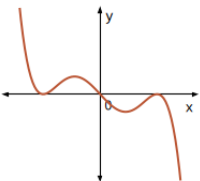
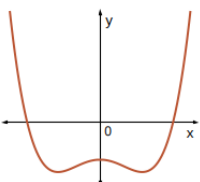
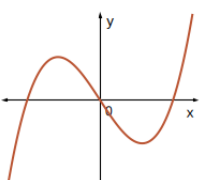
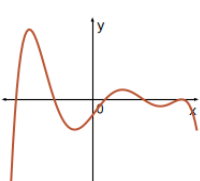
Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

1) Complétez le tableau suivant

Graphique	Signe du coefficient dominant	Degré pair ou impair ?	Comportement à l'infini	Symétrie	Nombre de points tournants	Nombre de zéros	Degré minimal possible
	Positif	Pair	Q2 à Q1	Aucune	3	4	4
	Positif	Impair	Q3 à Q1	Aucune	4	5	5
	Négatif	Pair	Q3 à Q4	Aucune	3	4	4
	Négatif	Impair	Q2 à Q4	Aucune	4	5	5
	Négatif	Impair	Q2 à Q4	Point	2	3	3

2) Complétez le tableau suivant

Graphique	Signe du coefficient dominant	Degré pair ou impair ?	Comportement à l'infini	Symétrie	Nombre de points tournants	Nombre de zéros	Degré minimal possible
	Négatif	Impair	Q2 à Q4	Point	4	3	5
	Positif	Pair	Q2 à Q1	Droite	3	2	4
	Positif	Impair	Q3 à Q1	Point	2	3	3
	Négatif	Pair	Q3 à Q4	Aucune	5	5	6

3) Complétez le tableau suivant

Équation	Degré	Signe du coefficient dominant	Degré pair ou impair ?	Comportement à l'infini	Nombre possible de points tournants	Nombre possible de zéros
$f(x) = -4x^4 + 3x^2 - 15x + 5$	4	Négatif	Pair	Q3 à Q4	3, 1	4, 3, 2, 1, 0
$g(x) = 2x^5 - 4x^3 + 10x^2 - 13x + 8$	5	Positif	Impair	Q3 à Q1	4, 2, 0	5, 4, 3, 2, 1
$p(x) = 4 - 5x + 4x^2 - 3x^3$	3	Négatif	Impair	Q2 à Q4	2, 0	3, 2, 1
$h(x) = 2x(x - 5)(3x + 2)(4x - 3)$	4	Positif	Pair	Q2 à Q1	3, 1	4, 3, 2, 1, 0

4) Utilisez le comportement à l'infini, les points tournants et les zéros pour associer chaque équation au graphique le plus probable. Écrivez la lettre de l'équation sous le graphique.

A) $y = 2x^3 - 4x^2 + 3x + 2$

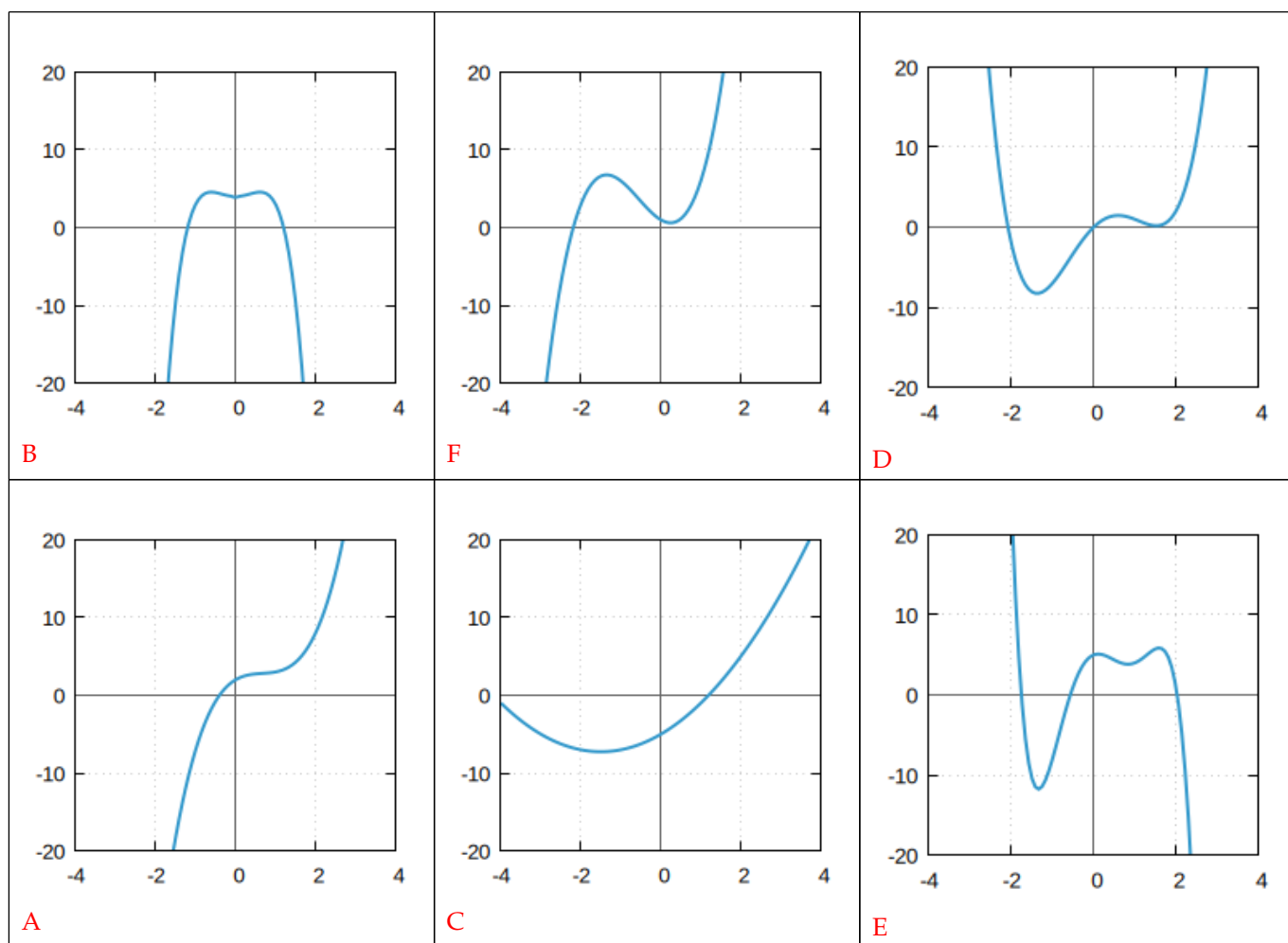
B) $y = -4x^4 + 3x^2 + 4$

C) $y = x^2 + 3x - 5$

D) $y = x^4 - x^3 - 4x^2 + 5x$

E) $y = -2x^5 + 3x^4 + 6x^3 - 10x^2 + 2x + 5$

F) $y = 3x^3 + 5x^2 - 3x + 1$



5) Indiquez le degré de la fonction polynomiale correspondant à chaque différence finie constante. Déterminez ensuite la valeur du coefficient dominant de chaque fonction polynomiale.

a) deuxièmes différences = -8

Les différences n -ièmes constantes valent $a \cdot n!$. Des deuxièmes différences constantes $\Rightarrow$ degré 2. $2a = -8 \Rightarrow a = -4$

b) quatrièmes différences = 24

Des quatrièmes différences constantes $\Rightarrow$ degré 4. $24a = 24 \Rightarrow a = 1$

6) Utilisez les différences finies pour déterminer le degré et la valeur du coefficient dominant de chaque fonction polynomiale.

a)

x	y	Premières différences	Deuxièmes différences	Troisièmes différences
-3	-45	S.O.	S.O.	S.O.
-2	-16	29	S.O.	S.O.
-1	-3	13	-16	S.O.
0	0	3	-10	6
1	-1	-1	-4	6
2	0	1	2	6
3	9	9	8	6
4	32	23	14	6

Les troisièmes différences sont constantes (6), donc le degré est 3, et $6 = a \cdot 3! = 6a$, donc $a = 1$.

b)

x	y	Premières différences	Deuxièmes différences	Troisièmes différences	Quatrièmes différences
-2	-40	S.O.	S.O.	S.O.	S.O.
-1	12	52	S.O.	S.O.	S.O.
0	20	8	-44	S.O.	S.O.
1	26	6	-2	42	S.O.
2	48	22	16	18	-24
3	80	32	10	-6	-24
4	92	12	-20	-30	-24
5	30	-62	-74	-54	-24

Les quatrièmes différences sont constantes (-24), donc le degré est 4, et $-24 = a \cdot 4! = 24a$, donc $a = -1$.

7) En analysant l'impact d'une conjoncture économique en croissance, une démographe établit que la population prévue, P , d'une ville dans t années peut être modélisée par la fonction

$$P(t) = 6t^4 - 5t^3 + 200t + 12000$$

a) Quelle est la valeur des différences finies constantes ?

Degré 4, coefficient dominant 6, donc les différences finies constantes (quatrièmes différences)
 $= a \cdot n! = 6 \cdot 4! = 6 \times 24 = 144$

b) Quelle est la population actuelle de la ville ?

$P(0) = 12000$, donc la population actuelle est de 12 000

c) Quelle sera la population de la ville dans 10 ans ?

$$P(10) = 6(10)^4 - 5(10)^3 + 200(10) + 12000 = 60000 - 5000 + 2000 + 12000 = 69\,000$$