

1.6 Révision avant-test de l'unité 1 – Fonctions polynomiales avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Cette révision couvre l'ensemble de l'unité 1 : Fonctions polynomiales, et sert à se préparer pour l'examen de l'unité.

Section 1 : 1.1 Fonctions puissance

1) Indiquez le degré et le coefficient dominant de chaque polynôme

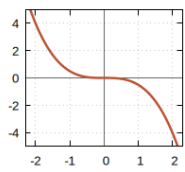
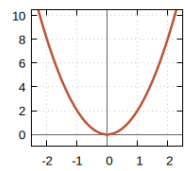
Polynôme	Degré	Coefficient dominant
$y = 2x^3 + 3x - 1$	3	2
$y = 5x - 6$	1	5
$y = x^3 - 2x^2 - 5x^4 + 3$	4	-5
$y = -3x^5 + 2x^3 - x - 1$	5	-3
$y = 21 - 2x + 4x^2 - 6x^3$	3	-6

2) Associez chaque fonction à son comportement à l'infini

$$y = 3x^7 \quad y = -\frac{1}{2}x^3 \quad y = 2x^4 \quad y = -0.25x^6$$

Comportement à l'infini	Fonction
De Q3 à Q1	$y = 3x^7$
De Q2 à Q4	$y = -\frac{1}{2}x^3$
De Q2 à Q1	$y = 2x^4$
De Q3 à Q4	$y = -0.25x^6$

3) Complétez le tableau suivant

Graphique de la fonction	Degré pair ou impair ?	Signe du coefficient dominant	Domaine et image	Symétrie	Comportement à l'infini
	Impair	Négatif	$D : (-\infty, \infty) \quad I : (-\infty, \infty)$	Symétrie par rapport à l'origine	De Q2 à Q4
	Pair	Positif	$D : (-\infty, \infty) \quad I : [0, \infty)$	Symétrie par rapport à l'axe des y	De Q2 à Q1

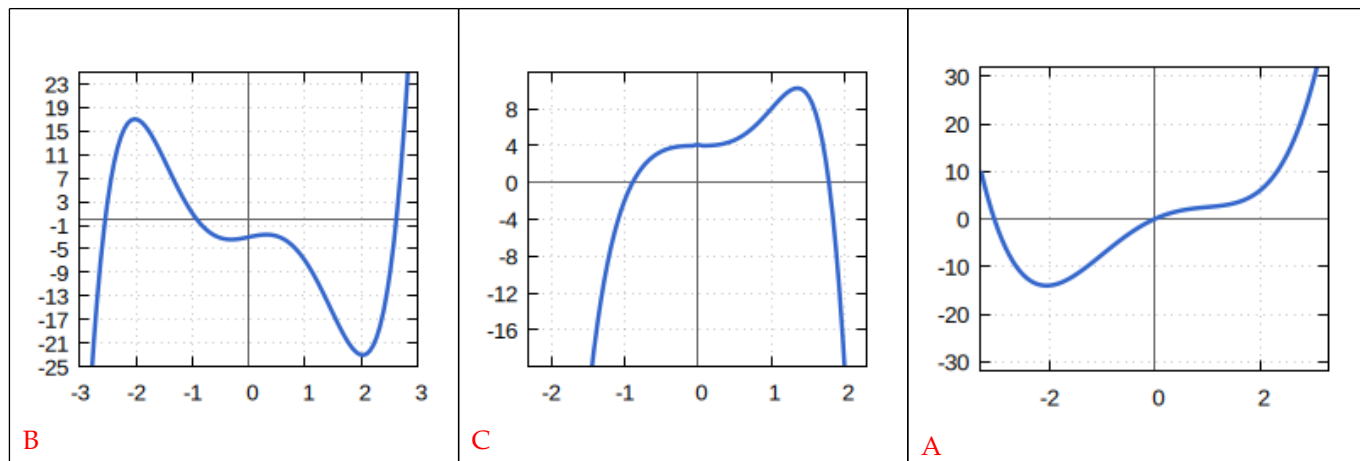
Section 2 : 1.2 Caractéristiques des fonctions polynomiales

4) Utilisez le comportement à l'infini, les points tournants et les zéros pour associer chaque équation au graphique le plus probable. Écrivez la lettre de l'équation sous le graphique.

A) $g(x) = 0,5x^4 - 3x^2 + 5x$

B) $h(x) = x^5 - 7x^3 + 2x - 3$

C) $p(x) = -x^6 + 5x^3 + 4$



5) Complétez le tableau suivant

Équation	Degré	Signe du coefficient dominant	Comportement à l'infini	Nombre possible de points tournants	Nombre possible de zéros
$f(x) = 6x^3 + 2x$	3	Positif	De Q3 à Q1	2, 0	3, 2, 1
$g(x) = -20x^6 - 5x^3 + x^2 - 17$	6	Négatif	De Q3 à Q4	5, 3, 1	6, 5, 4, 3, 2, 1, 0
$p(x) = 22x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2$	4	Positif	De Q2 à Q1	3, 1	4, 3, 2, 1, 0
$h(x) = -x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$	5	Négatif	De Q2 à Q4	4, 2, 0	5, 4, 3, 2, 1

6) Complétez le tableau suivant

Graphique	Signe du coefficient dominant	Degré pair ou impair ?	Comportement à l'infini	Symétrie	Nombre de points tournants	Nombre de zéros—Degré minimal possible
	Positif	Pair	De Q2 à Q1	Aucune	3	4—4
	Négatif	Impair	De Q2 à Q4	Aucune	4	3—5

7) Indiquez le degré de la fonction polynomiale correspondant à chaque différence finie constante. Déterminez ensuite la valeur du coefficient dominant de chaque fonction polynomiale.

a) cinquièmes différences = -60

Degré 5. $-60 = a(5!) = 120a \Rightarrow a = -1/2$

b) troisièmes différences = 42

Degré 3. $42 = a(3!) = 6a \Rightarrow a = 7$

8) Pour chaque fonction, déterminez la valeur des différences finies constantes.

a) $g(x) = 0.5x^4 - 3x^2 + 5x$

Différences finies = $a \cdot n! = 0.5(4!) = 0.5(24) = 12$

b) $h(x) = x^5 - 7x^3 + 2x - 3$

Différences finies = $a \cdot n! = 1(5!) = 120$

9) Utilisez les différences finies pour déterminer le degré et la valeur du coefficient dominant de chaque fonction polynomiale.

a)

x	y	Premières différences	Deuxièmes différences	Troisièmes différences	
-3	124	S.O.	S.O.	S.O.	
-2	41	-83	S.O.	S.O.	
-1	8	-33	50	S.O.	
0	1	-7	26	-24	
1	-4	-5	2	-24	
2	-31	-27	-22	-24	
3	-104	-73	-46	-24	
4	-247	-143	-70	-24	

Les troisièmes différences sont constantes (-24), donc le degré est 3, et $-24 = a(3!) = 6a$, donc $a = -4$.

b)

x	y	Premières différences	Deuxièmes différences	Troisièmes différences	Quatrièmes différences	Cinquièmes différences
-2	-229	S.O.	S.O.	S.O.	S.O.	S.O.
-1	-5	224	S.O.	S.O.	S.O.	S.O.
0	3	8	-216	S.O.	S.O.	S.O.
1	-7	-10	-18	198	S.O.	S.O.
2	-53	-46	-36	-18	-216	S.O.
3	-129	-76	-30	6	24	240
4	35	164	240	270	264	240
5	1213	1178	1014	774	504	240

Les cinquièmes différences sont constantes (240), donc le degré est 5, et $240 = a(5!) = 120a$, donc $a = 2$.

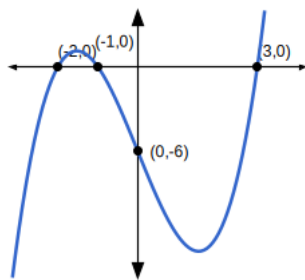
Section 3 : 1.3 Forme factorisée des fonctions polynomiales

10) Pour chaque fonction, complétez le tableau et esquissez un graphique possible de la fonction en indiquant les points clés.

a) $f(x) = (x + 1)(x - 3)(x + 2)$

Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
3	1	De Q3 à Q1	$(-1, 0), (3, 0), (-2, 0)$	$(0, -6)$

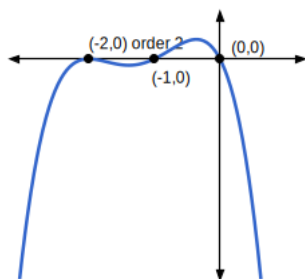
Degré : $(x)(x)(x) = x^3$. Coefficient dominant : $(1)(1)(1) = 1$. $f(0) = (0+1)(0-3)(0+2) = (1)(-3)(2) = -6$



b) $g(x) = -x(x+1)(x+2)^2$

Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
4	-1	De Q3 à Q4	$(0, 0)$, $(-1, 0)$, $(-2, 0)$ ordre 2	$(0, 0)$

Degré : $(x)(x)(x^2) = x^4$. Coefficient dominant : $-1(1)(1)^2 = -1$. $g(0) = -(0)(0+1)(0+2)^2 = -(0)(1)(4) = 0$



c) $h(x) = (x-4)^2(x+3)^3$

Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
5	1	De Q3 à Q1	$(4, 0)$ ordre 2, $(-3, 0)$ ordre 3	$(0, 432)$

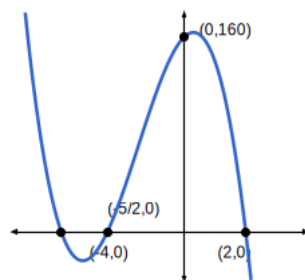
Degré : $(x^2)(x^3) = x^5$. Coefficient dominant : $(1)^2(1)^3 = 1$. $h(0) = (0-4)^2(0+3)^3 = (16)(27) = 432$



d) $p(x) = -4(2x+5)(x-2)(x+4)$

Degré	Coefficient dominant	Comportement à l'infini	Zéros	Ordonnée à l'origine
3	-8	De Q2 à Q4	$(-5/2, 0)$, $(2, 0)$, $(-4, 0)$	$(0, 160)$

Degré : $(x)(x)(x) = x^3$. Coefficient dominant : $-4(2)(1)(1) = -8$. $p(0) = -4[2(0)+5](0-2)(0+4) = -4(5)(-2)(4) = 160$



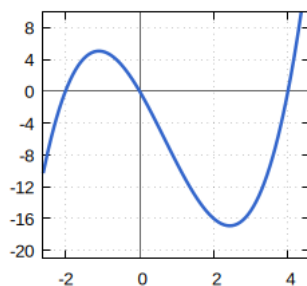
11) Pour chaque graphique, indiquez...

i) le degré minimal possible et le signe du coefficient dominant

ii) les zéros (en précisant l'ordre) et les facteurs de la fonction

iii) les intervalles où la fonction est positive/négative

a)

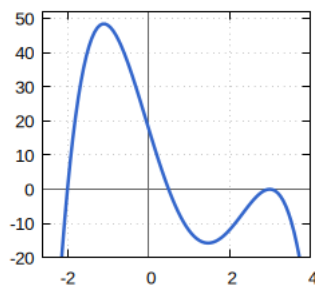


i) degré : 3, coefficient dominant : positif

ii) zéros : -2, 0, 4; facteurs : $(x + 2)$, x , $(x - 4)$

Intervalle	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0)$	$(0, 4)$	$(4, \infty)$
Signe	-	+	-	+

b)



i) degré : 4, coefficient dominant : négatif

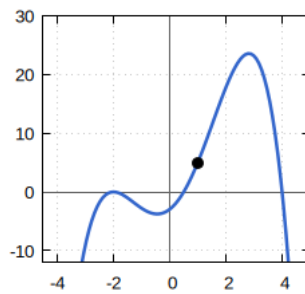
ii) zéros : -2, 1/2, 3 (ordre 2); facteurs : $(x + 2)$, $(2x - 1)$, $(x - 3)^2$

Intervalle	$(-\infty, -2)$	$(-2, 0.5)$	$(0.5, 3)$	$(3, \infty)$
Signe	-	+	-	-

12) Écrivez l'équation de chacune des fonctions suivantes :

12) Écrivez l'équation de chacune des fonctions suivantes :

a)



Le graphique a un zéro d'ordre 2 à $x = -2$, ainsi que des zéros simples à $x = 1/2$ et $x = 4$, et passe par le point $(1, 5)$.

$$f(x) = k(x + 2)^2(2x - 1)(x - 4)$$

En substituant le point $(1, 5)$:

$$5 = k(1 + 2)^2[2(1) - 1](1 - 4) = k(9)(1)(-3) = -27k \implies k = -\frac{5}{27}$$

$$f(x) = -\frac{5}{27}(x + 2)^2(2x - 1)(x - 4)$$

b) La fonction quartique a des zéros à -3 , -1 , et 2 (ordre 2), et passe par le point $(1, 4)$.

$$g(x) = k(x + 3)(x + 1)(x - 2)^2$$

En substituant le point $(1, 4)$:

$$4 = k(1 + 3)(1 + 1)(1 - 2)^2 = k(4)(2)(1) = 8k \implies k = \frac{1}{2}$$

$$g(x) = \frac{1}{2}(x + 3)(x + 1)(x - 2)^2$$

Section 4 : 1.4 Transformations des fonctions polynomiales

12) Écrivez l'équation de la fonction qui résulte des transformations données.

a) La fonction $f(x) = x^4$ est comprimée verticalement par un facteur de $\frac{3}{5}$, étirée horizontalement par un facteur de 2, réfléchi horizontalement par rapport à l'axe des y , et translatée de 1 unité vers le haut et de 4 unités vers la gauche.

$$g(x) = \frac{3}{5} \left[-\frac{1}{2}(x + 4) \right]^4 + 1$$

b) La fonction $f(x) = x^3$ est comprimée horizontalement par un facteur de $\frac{1}{4}$, étirée verticalement par un facteur de 5, réfléchi verticalement par rapport à l'axe des x , et translatée de 2 unités vers la gauche et de 7 unités vers le haut.

$$g(x) = -5[4(x + 2)]^3 + 7$$

13) Déterminez les valeurs de a , k , d et c , et expliquez la transformation appliquée à la fonction mère pour $g(x) = 2[-4(x + 7)]^4 - 1$

$a = 2$; étirement vertical par un facteur de 2 ($2y$)

$k = -4$; réflexion horizontale et compression horizontale par un facteur de $\frac{1}{4}$ ($\frac{x}{-4}$)

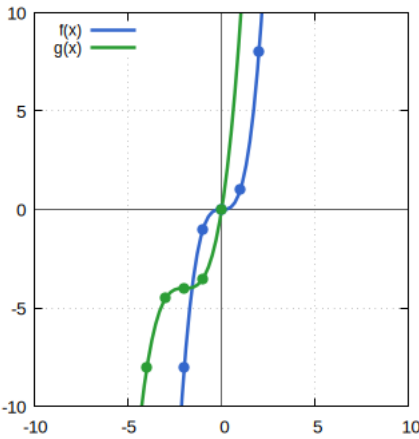
$d = -7$; translation de 7 unités vers la gauche ($x - 7$)

$c = -1$; translation de 1 unité vers le bas ($y - 1$)

14) Pour les questions suivantes, utilisez les points clés de la fonction mère pour effectuer les transformations. Tracez la fonction mère et la fonction transformée. Écrivez l'équation de la fonction transformée.

a) $f(x) = x^3$ $g(x) = \frac{1}{2}f(x + 2) - 4$

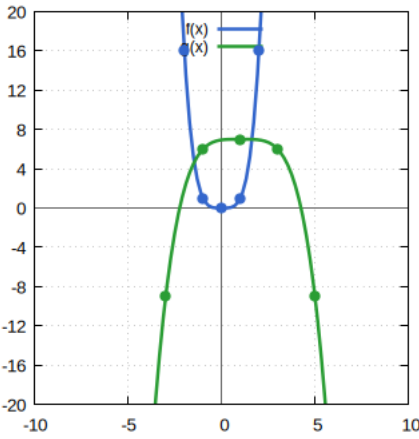
x (f)	y (f)	x (g)	y (g)
-2	-8	-4	-8
-1	-1	-3	-4.5
0	0	-2	-4
1	1	-1	-3.5
2	8	0	0



$g(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^3 - 4$

b) $f(x) = x^4$ $g(x) = -f\left[\frac{1}{2}(x - 1)\right] + 7$

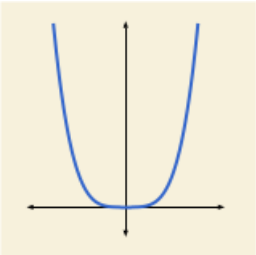
x (f)	y (f)	x (g)	y (g)
-2	16	-3	-9
-1	1	-1	6
0	0	1	7
1	1	3	6
2	16	5	-9

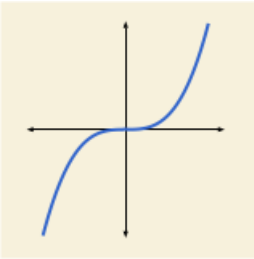
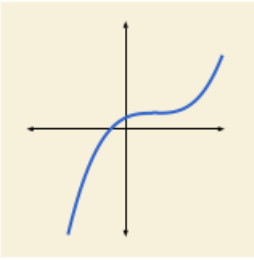


$g(x) = -\left[\frac{1}{2}(x - 1)\right]^4 + 7$

Section 5 : 1.5 Symétrie

5) Cochez toutes les réponses qui s’appliquent à chaque fonction

Fonction/Graphique	Symétrie
a) 	Aucune symétrie, Fonction paire, Fonction impaire, Symétrie par rapport à une droite, Symétrie par rapport à un point

b)		Aucune symétrie, Fonction paire, Fonction impaire, Symétrie par rapport à une droite, Symétrie par rapport à un point
c)		Aucune symétrie, Fonction paire, Fonction impaire, Symétrie par rapport à une droite, Symétrie par rapport à un point
d) $f(x) = 3x^6 + 2x^2 - 5$		Aucune symétrie, Fonction paire , Fonction impaire, Symétrie par rapport à une droite , Symétrie par rapport à un point
e) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$		Aucune symétrie, Fonction paire, Fonction impaire, Symétrie par rapport à une droite, Symétrie par rapport à un point
f) $f(x) = x^4 + 5x$		Aucune symétrie , Fonction paire, Fonction impaire, Symétrie par rapport à une droite, Symétrie par rapport à un point

Remarque : Toutes les fonctions cubiques ont une symétrie par rapport à un point.

16) Considérez la fonction polynomiale $f(x) = -3x^4 + 6x^2 - 10$

a) Démontrez algébriquement si f est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre.

$$f(-x) = -3(-x)^4 + 6(-x)^2 - 10 = -3x^4 + 6x^2 - 10 = f(x)$$

Puisque $f(-x) = f(x)$, la fonction est paire.

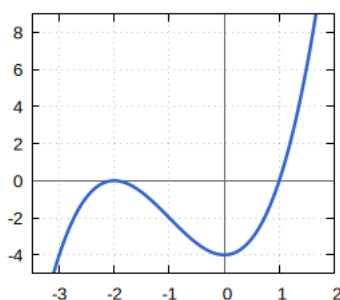
b) Pour quelle différence finie f donnera-t-elle une valeur constante, et quelle sera cette valeur constante ?

Elle est de degré 4, donc les quatrièmes différences seront constantes. Différences finies = $-3(4!) = -72$

c) Quel est le nombre maximum et minimum de zéros que peut avoir le polynôme ci-dessus ?

Zéros minimum = 0, Zéros maximum = 4. Pour un degré 4, le nombre de zéros possible est 4, 3, 2, 1 ou 0.

17) Utilisez le graphique donné pour indiquer :



a) les zéros

-2 (ordre 2), et 1

b) le nombre de points tournants

2

c) le degré minimal possible

3

d) toute symétrie présente; la fonction est-elle paire ou impaire ?

Symétrie par rapport à un point. La fonction n'est ni paire ni impaire.

e) les intervalles où $f(x) < 0$

$f(x) < 0$ lorsque $x < -2$ ou $-2 < x < 1$

$f(x) < 0$ lorsque $x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 1)$