

1.4 Leçon sur les transformations avec solutions

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Dans cette section, vous étudierez le rôle des paramètres a , k , d et c dans les fonctions polynomiales de la forme $f(x) = a[k(x - d)]^n + c$. Vous appliquerez des transformations aux graphiques de fonctions puissance polynomiales de base pour esquisser le graphique de leur fonction transformée.

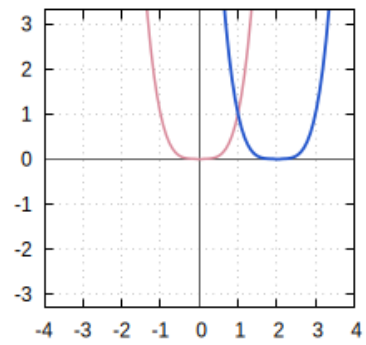
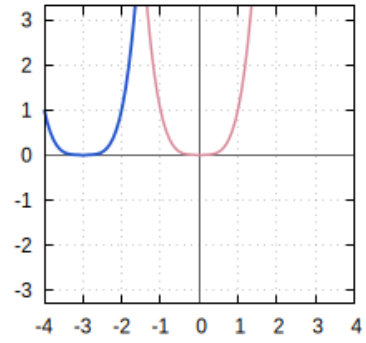
Partie 1 : Investigation sur les transformations

Dans cette investigation, vous étudierez les transformations de la fonction puissance polynomiale $y = x^4$. Complétez le tableau suivant à l'aide d'un outil graphique. Le graphique de $y = x^4$ est fourni sur chaque système d'axes; esquissez le graphique de la fonction transformée sur le même système d'axes. Ensuite, commentez comment la valeur du paramètre a , k , d ou c transforme la fonction mère.

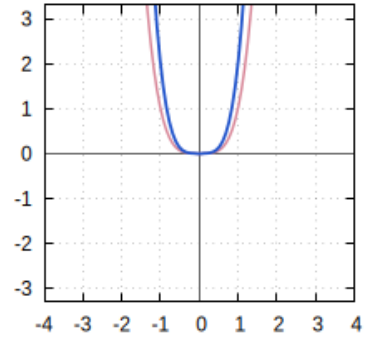
Effets de c sur $y = x^4 + c$

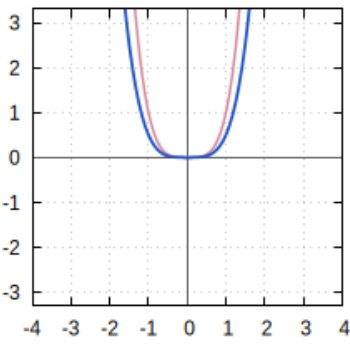
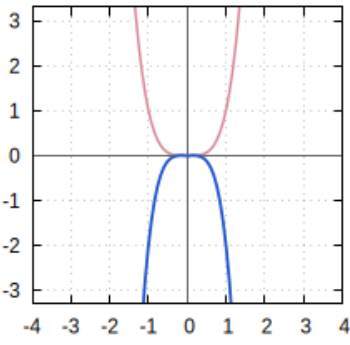
Fonction transformée	Valeur de c	Transformations de $y = x^4$	Graphique de la fonction transformée par rapport à $y = x^4$
$y = x^4 + 1$	$c = 1$	Translation vers le haut de 1 unité	
$y = x^4 - 2$	$c = -2$	Translation vers le bas de 2 unités	

Effets de d sur $y = (x - d)^4$

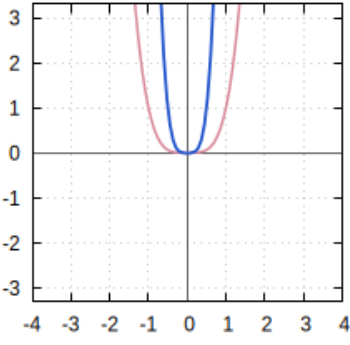
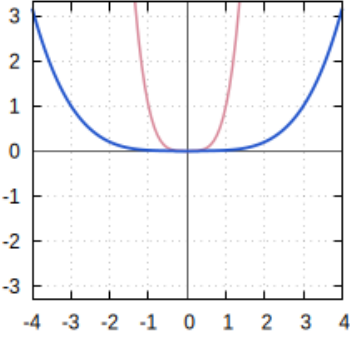
Fonction trans- formée	Valeur de d	Transformations de $y = x^4$	Graphique de la fonction transformée par rapport à $y = x^4$
$y = (x - 2)^4$	$d = 2$	Translation vers la droite de 2 unités	
$y = (x + 3)^4$	$d = -3$	Translation vers la gauche de 3 unités	

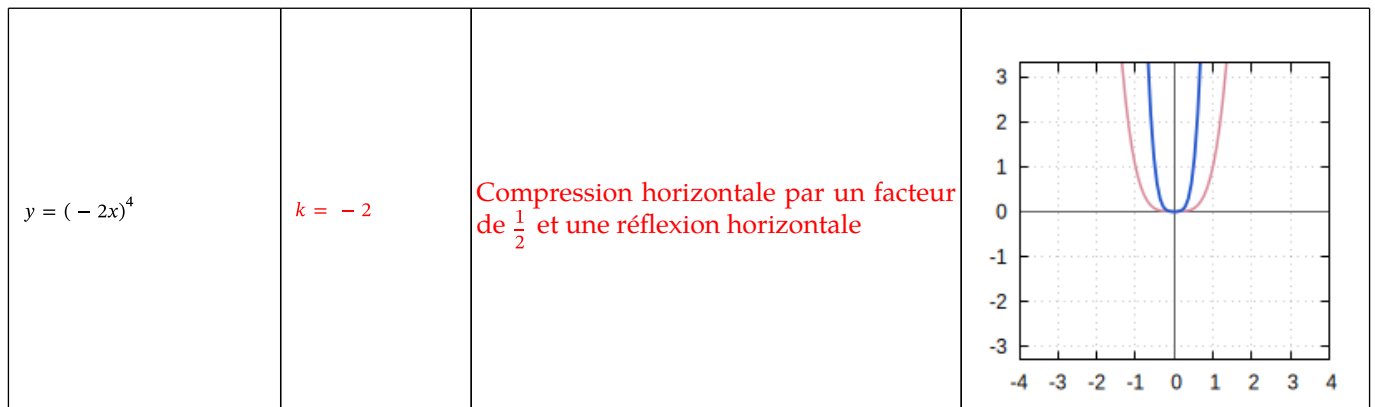
Effets de a sur $y = ax^4$

Fonction trans- formée	Valeur de a	Transformations de $y = x^4$	Graphique de la fonction transformée par rapport à $y = x^4$
$y = 2x^4$	$a = 2$	Étirement vertical par un facteur de 2	

$y = \frac{1}{2}x^4$	$a = \frac{1}{2}$	Compression verticale par un facteur de $\frac{1}{2}$	
$y = -2x^4$	$a = -2$	Étirement vertical par un facteur de 2 et une réflexion verticale.	

Effets de k sur $y = (kx)^4$

Fonction transformée	Valeur de k	Transformations de $y = x^4$	Graphique de la fonction transformée par rapport à $y = x^4$
$y = (2x)^4$	$k = 2$	Compression horizontale par un facteur de $\frac{1}{2}$	
$y = \left(\frac{1}{3}x\right)^4$	$k = \frac{1}{3}$	Étirement horizontal par un facteur de 3	



Résumé des effets de a , k , d et c dans les fonctions polynomiales de la forme $f(x) = a[k(x - d)]^n + c$

Valeur de c dans $f(x) = a[k(x - d)]^n + c$

$c > 0$	Translation de c unités vers le haut
$c < 0$	Translation de c unités vers le bas

Valeur de d dans $f(x) = a[k(x - d)]^n + c$

$d > 0$	Translation de d unités vers la droite
$d < 0$	Translation de $ d $ unités vers la gauche

Valeur de a dans $f(x) = a[k(x - d)]^n + c$

$a > 1$ ou $a < -1$	Étirement vertical par un facteur de $ a $
$-1 < a < 1$	Compression verticale par un facteur de $ a $
$a < 0$	Réflexion verticale (réflexion par rapport à l'axe des x)

Valeur de k dans $f(x) = a[k(x - d)]^n + c$

$k > 1$ ou $k < -1$	Compression horizontale par un facteur de $\frac{1}{ k }$
$-1 < k < 1$	Étirement horizontal par un facteur de $\frac{1}{ k }$
$k < 0$	Réflexion horizontale (réflexion par rapport à l'axe des y)

Remarque : a et c causent des transformations **VERTICALES** et affectent donc les coordonnées y de la fonction.

Remarque : k et d causent des transformations **HORIZONTALES** et affectent donc les coordonnées x de la fonction.

Lorsque vous appliquez des transformations à une fonction mère, assurez-vous d'appliquer les transformations représentées par a et k AVANT les transformations représentées par d et c .

Partie 2 : Décrire les transformations à partir d'une équation

Exemple 1 : Décrivez les transformations qui doivent être appliquées au graphique de chaque fonction puissance polynomiale, $f(x)$, pour obtenir la fonction transformée, $g(x)$. Ensuite, écrivez l'équation correspondante de la fonction transformée. Ensuite, indiquez le domaine et l'image de la fonction transformée.

a) $f(x) = x^4$, $g(x) = 2f\left[\frac{1}{3}(x - 5)\right]$

- $a = 2$; étirement vertical par un facteur de 2 ($2y$)

- $k = \frac{1}{3}$; étirement horizontal par un facteur de 3 ($3x$)
- $d = 5$; translation de 5 unités vers la droite ($x + 5$)

$$g(x) = 2 \left[\frac{1}{3}(x - 5) \right]^4$$

Domaine : $(-\infty, \infty)$ Image : $[0, \infty)$

b) $f(x) = x^5$, $g(x) = \frac{1}{4}f[-2(x - 3)] + 4$

- $a = \frac{1}{4}$; compression verticale par un facteur de $\frac{1}{4}$ ($\frac{y}{4}$)
- $k = -2$; compression horizontale par un facteur de $\frac{1}{2}$ et une réflexion horizontale ($\frac{x}{-2}$)
- $d = 3$; translation de 3 unités vers la droite ($x + 3$)
- $c = 4$; translation de 4 unités vers le haut ($y + 4$)

$$g(x) = \frac{1}{4}[-2(x - 3)]^5 + 4$$

Domaine : $(-\infty, \infty)$ Image : $(-\infty, \infty)$

Partie 3 : Appliquer des transformations pour esquisser un graphique

Exemple 2 : Le graphique de $f(x) = x^3$ est transformé pour obtenir le graphique de $g(x) = 3[-2(x + 1)]^3 + 5$.

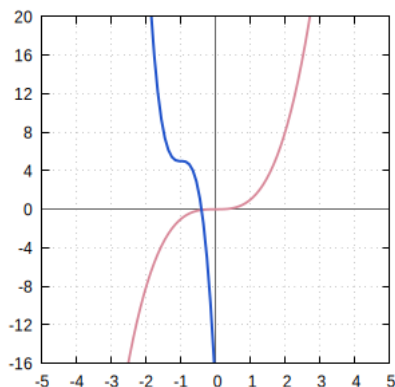
a) Indiquez les paramètres et décrivez les transformations correspondantes

- $a = 3$; étirement vertical par un facteur de 3 ($3y$)
- $k = -2$; compression horizontale par un facteur de $\frac{1}{2}$ et une réflexion horizontale ($\frac{x}{-2}$)
- $d = -1$; translation de 1 unité vers la gauche ($x - 1$)
- $c = 5$; translation de 5 unités vers le haut ($y + 5$)

b) Dressez un tableau de valeurs pour la fonction mère, puis utilisez les transformations décrites en a) pour dresser un tableau de valeurs pour la fonction transformée. *Remarque : Lors du choix des points clés pour la fonction mère, choisissez toujours des valeurs de x entre -2 et 2 et calculez les valeurs correspondantes de y .*

$f(x) = x^3$		$g(x) = 3[-2(x + 1)]^3 + 5$	
x	y	$\frac{x}{-2} - 1$	$3y + 5$
-2	-8	0	-19
-1	-1	-0.5	2
0	0	-1	5
1	1	-1.5	8
2	8	-2	29

c) Tracez la fonction mère et la fonction transformée sur la même grille.



Exemple 3 : Le graphique de $f(x) = x^4$ est transformé pour obtenir le graphique de $g(x) = -\left(\frac{1}{3}x + 2\right)^4 - 1$.

a) Indiquez les paramètres et décrivez les transformations correspondantes

$$g(x) = -\left[\frac{1}{3}(x + 6)\right]^4 - 1$$

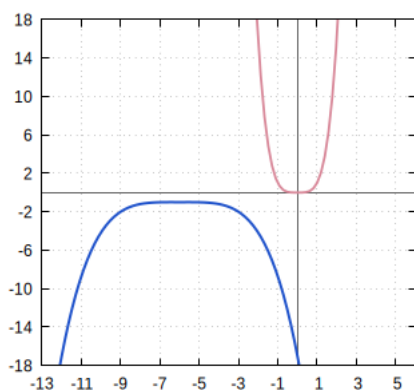
Remarque : la valeur de k doit être mise en évidence sous la forme $[k(x + d)]$

- $a = -1$; réflexion verticale ($-y$)
- $k = \frac{1}{3}$; étirement horizontal par un facteur de 3 ($3x$)
- $d = -6$; translation de 6 unités vers la gauche ($x - 6$)
- $c = -1$; translation de 1 unité vers le bas ($y - 1$)

b) Dressez un tableau de valeurs pour la fonction mère, puis utilisez les transformations décrites en a) pour dresser un tableau de valeurs pour la fonction transformée.

c) Tracez la fonction mère et la fonction transformée sur la même grille.

$f(x) = x^4$		$g(x) = -\left[\frac{1}{3}(x + 6)\right]^4 - 1$	
x	y	$3x - 6$	$-y - 1$
-2	16	-12	-17
-1	1	-9	-2
0	0	-6	-1
1	1	-3	-2
2	16	0	-17

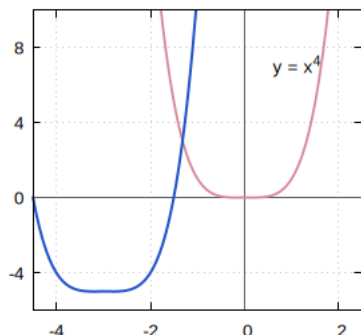


Partie 4 : Déterminer une équation à partir du graphique d'une fonction

transformée

Exemple 4 : Des transformations sont appliquées à chaque fonction puissance polynomiale pour obtenir le graphique résultant. Déterminez une équation pour la fonction transformée. Ensuite, indiquez le domaine et l'image de la fonction transformée.

a)



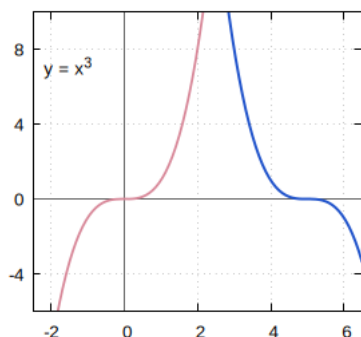
Remarquez que la fonction transformée a la même forme que la fonction mère. Par conséquent, elle n'a pas été étirée ni compressée.

- $d = -3$; elle a été translatée de 3 unités vers la gauche
- $c = -5$; elle a été translatée de 5 unités vers le bas

$$g(x) = (x + 3)^4 - 5$$

Domaine : $(-\infty, \infty)$ Image : $[-5, \infty)$

b)



Remarquez que la fonction transformée a la même forme que la fonction mère. Par conséquent, elle n'a pas été étirée ni compressée.

- $a = -1$; elle a été réfléchi verticalement
- $d = 5$; elle a été translatée de 5 unités vers la droite

$$g(x) = -(x - 5)^3$$

Domaine : $(-\infty, \infty)$ Image : $(-\infty, \infty)$