

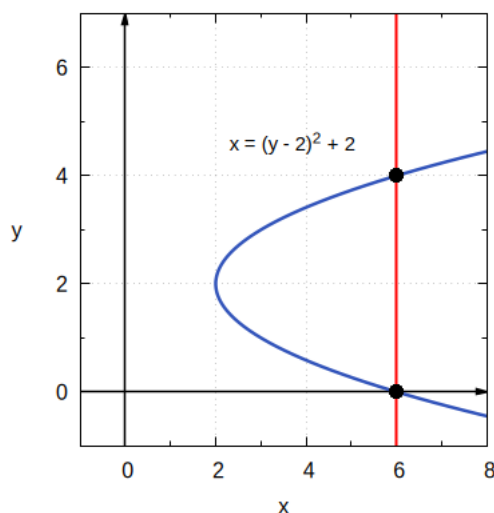
1.1 Leçon sur les fonctions puissance polynomiales

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

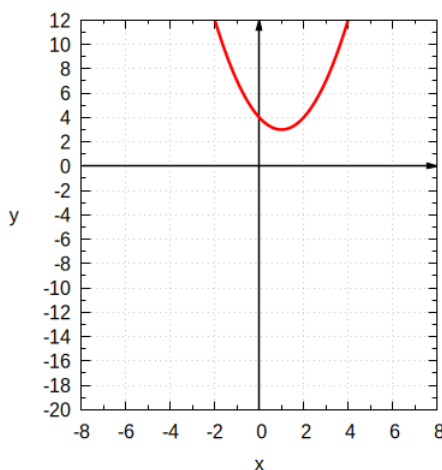
Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Rappels sur les fonctions

- Une relation est une fonction si, pour chaque valeur de x , il n'y a qu'une seule valeur de y correspondante. Le graphique d'une relation représente une fonction s'il réussit le test de la droite verticale, c'est-à-dire si une droite verticale tracée n'importe où sur le graphique coupe ce graphique en au plus un point.



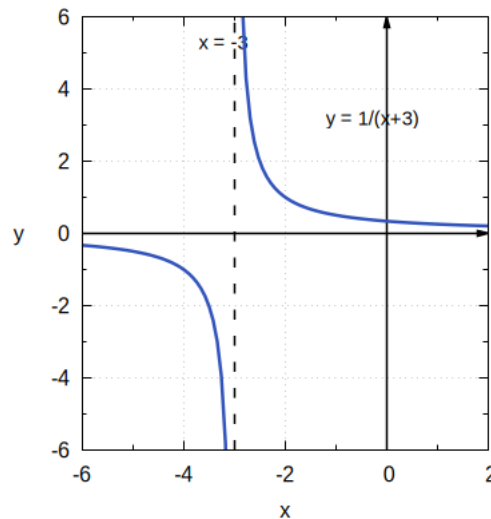
- Le domaine d'une fonction est l'ensemble complet de toutes les valeurs possibles de la variable indépendante (x)
 - Ensemble de toutes les valeurs possibles de x qui donneront des valeurs réelles de y
- L'image d'une fonction est l'ensemble complet de toutes les valeurs résultantes possibles de la variable dépendante (y)
 - Ensemble de toutes les valeurs possibles de y obtenues après avoir substitué toutes les valeurs possibles de x
- Pour la fonction $f(x) = (x - 1)^2 + 3$



1.1 Leçon sur les fonctions puissance polynomiales

- Le degré d'une fonction est l'exposant le plus élevé dans l'expression
 - $f(x) = 6x^3 - 3x^2 + 4x - 9$ a un degré de _____.
- Une _____ est une droite dont une courbe se rapproche de plus en plus sans jamais la toucher.

La fonction $y = \frac{1}{x+3}$ a deux asymptotes :



Asymptote verticale : La division par zéro n'est pas définie. Par conséquent, l'expression au dénominateur de la fonction ne peut pas être nulle. Donc $x \neq -3$. C'est pourquoi la droite verticale $x = -3$ est une asymptote de cette fonction.

Asymptote horizontale : Pour l'image, il ne peut jamais y avoir de situation où le résultat de la division est nul. Par conséquent, la droite $y = 0$ est une asymptote horizontale. Pour toutes les fonctions où le dénominateur est de degré supérieur au numérateur, il y aura une asymptote horizontale en $y = 0$.

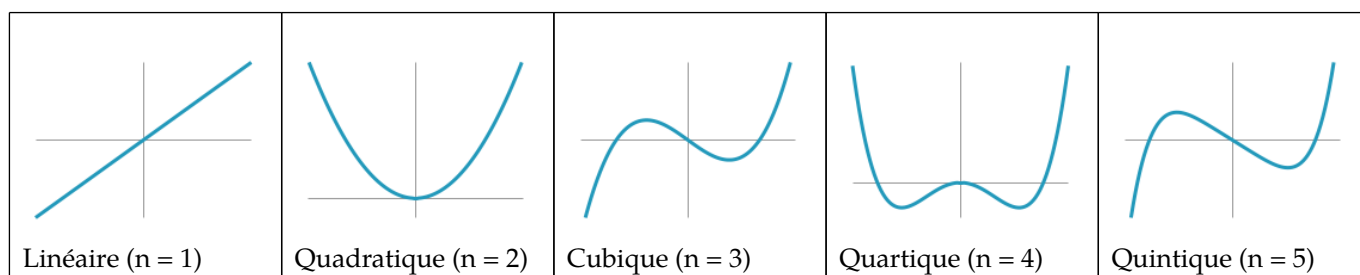
Fonctions polynomiales

Une fonction polynomiale a la forme

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

- n est un nombre naturel
- x est une variable
- les _____ $a_0, a_1, \dots, a_n$ sont des nombres réels
- le _____ de la fonction est n , l'exposant de la plus grande puissance de x
- a_n , le coefficient de la plus grande puissance de x , est le _____
- a_0 , le terme sans variable, est le _____
- Le domaine d'une fonction polynomiale est l'ensemble des nombres réels _____
- L'image d'une fonction polynomiale peut être l'ensemble des nombres réels, ou elle peut avoir une borne inférieure ou une borne supérieure (mais pas les deux)
- Le graphique des fonctions polynomiales n'a pas d'asymptotes horizontales ou verticales
- Les graphiques des fonctions polynomiales de degré 0 sont des _____. La forme des autres graphiques dépend du degré de la fonction. Cinq formes typiques sont illustrées pour différents degrés :

1.1 Leçon sur les fonctions puissance polynomiales



Un _____ est le type le plus simple de fonction polynomiale et a la forme :

$$f(x) = ax^n$$

- a est un nombre réel
- x est une variable
- n est un nombre naturel

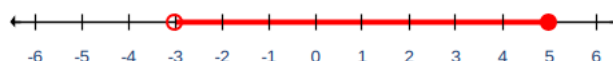
Exemple 1 : Déterminez lesquelles des fonctions suivantes sont des fonctions polynomiales. Indiquez le degré et le coefficient dominant de chaque fonction polynomiale.

a) $g(x) = \sin x$	
b) $f(x) = 2x^4$	
c) $y = x^3 - 5x^2 + 6x - 8$	
d) $g(x) = 3^x$	

Notation d'intervalle

Dans ce cours, vous décrirez souvent les caractéristiques des graphiques de divers types de fonctions par rapport à des valeurs réelles. Les ensembles de nombres réels peuvent être décrits de plusieurs façons :

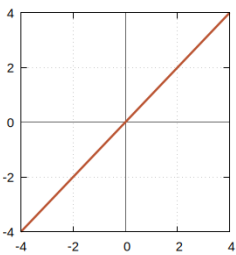
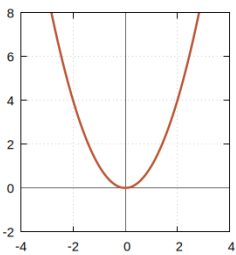
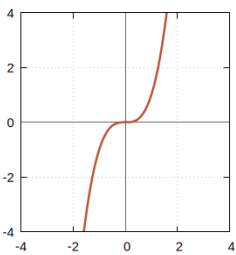
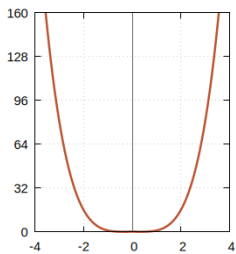
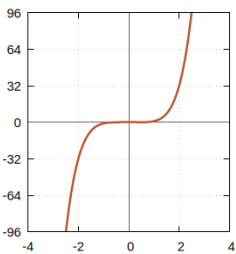
1. sous forme d'inégalité $-3 < x \leq 5$
2. en notation d'intervalle (ou entre crochets) $(-3, 5]$
3. graphiquement sur une droite numérique

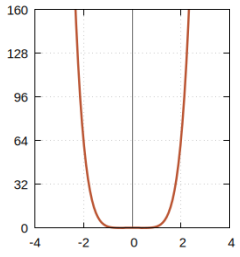


Remarque :

- Les intervalles infinis s'expriment à l'aide de _____ ou de _____
- _____ indiquent que la valeur limite est incluse dans l'intervalle
- _____ indiquent que la valeur limite n'est PAS incluse dans l'intervalle
- Une _____ est toujours utilisée à l'infini et à l'infini négatif

Exemple 2 : Voici les graphiques de fonctions puissance polynomiales courantes. Utilisez le graphique pour compléter le tableau.

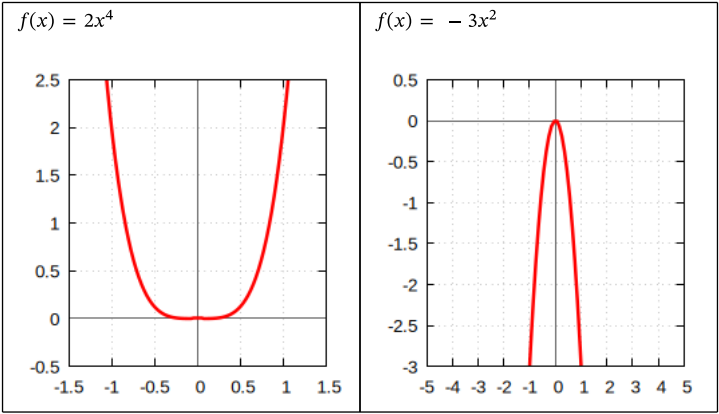
Fonction puissance polyno- miale	Nom parti- culier	Graphique	Domaine	Image	Comporte- ment à l'in- fini quand $x \rightarrow -\infty$	Comporte- ment à l'in- fini quand $x \rightarrow \infty$
$y = x$	Linéaire					
$y = x^2$	Quadra- tique					
$y = x^3$	Cubique					
$y = x^4$	Quartique					
$y = x^5$	Quintique					

$y = x^6$	Sextique					
-----------	----------	---	--	--	--	--

Caractéristiques clés des fonctions puissance polynomiales de degré PAIR

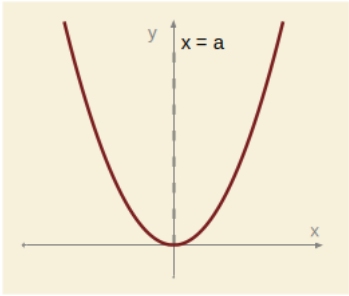
Lorsque le coefficient dominant (a) est positif	Lorsque le coefficient dominant (a) est négatif
Comportement à l’infini :	Comportement à l’infini :
Domaine :	Domaine :
Image :	Image :

Exemple :



Symétrie par rapport à une droite

Un graphique possède une symétrie par rapport à une droite s’il existe une droite verticale $x = a$ qui divise le graphique en deux parties telles que chacune est le reflet de l’autre.



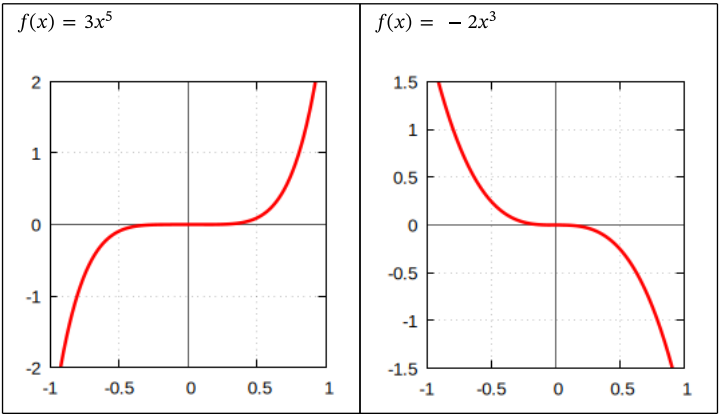
Remarque :

Caractéristiques clés des fonctions puissance polynomiales de degré IM-

PAIR

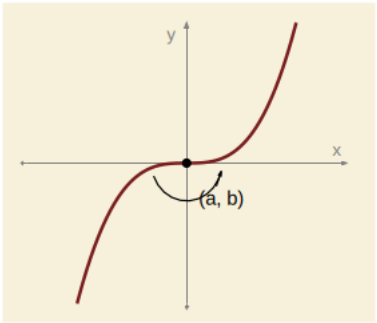
Lorsque le coefficient dominant (a) est positif	Lorsque le coefficient dominant (a) est négatif
Comportement à l’infini :	Comportement à l’infini :
Domaine :	Domaine :
Image :	Image :

Exemple :



Symétrie par rapport à un point

Un graphique possède une symétrie par rapport à un point (a, b) si chaque partie du graphique d’un côté de (a, b) peut être tournée de 180° pour coïncider avec la partie du graphique de l’autre côté de (a, b) .



Remarque :

Exemple 3 : Inscrivez chaque fonction dans la rangée appropriée de la deuxième colonne du tableau. Justifiez vos choix.

- $y = 2x, y = 5x^6, y = -3x^2, y = x^7$
- $y = -\frac{2}{5}x^9, y = -4x^5, y = x^{10}, y = -0.5x^8$

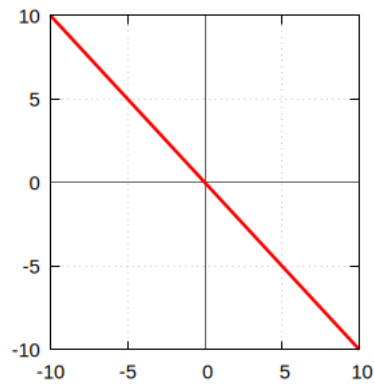
Comportement à l’infini	Fonctions	Justifications
De Q3 à Q1		
De Q2 à Q4		
De Q2 à Q1		
De Q3 à Q4		

Exemple 4

Pour chacune des fonctions suivantes

i) Indiquez le domaine et l'image ii) Décrivez le comportement à l'infini iii) Déterminez toute symétrie

a) $y = -x$

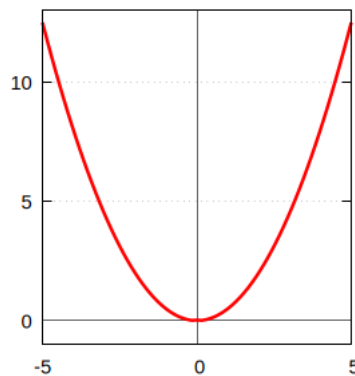


i) Domaine : Image :

ii) Lorsque _____ et lorsque _____
Le graphique va du quadrant _____ au quadrant _____

iii)

b) $y = 0.5x^2$

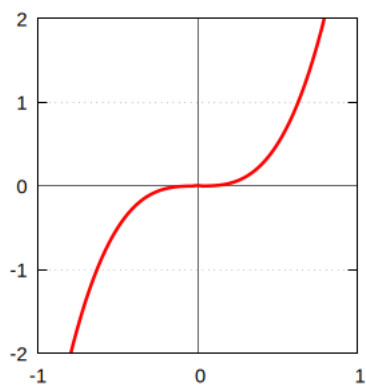


i) Domaine : Image :

ii) Lorsque _____ et lorsque _____
Le graphique va du quadrant _____ au quadrant _____

iii)

c) $y = 4x^3$



i) Domaine : Image :

ii) Lorsque _____ et lorsque _____

Le graphique va du quadrant _____ au quadrant _____

iii)