

Examen final blanc du cours complet de fonctions avancées de douzième année

Ce document a été composé et mis en forme par Annie Bernatchez.

Le contenu du cours provient de www.jensenmath.ca

Fonctions avancées (MHF4U) — Examen final

Directives : Il y a une limite de temps minimale de 1.5 heure et maximale de 3 heures pour rédiger cet examen. Toutes les questions doivent être répondues sur la copie d'examen.

Communique tes solutions clairement. Les calculatrices sont permises. **Sois en mode radian!**

Remarques :

Nombre de questions : 34

Total des points : 104

Arrondis à 3 décimales lorsque nécessaire (sauf indication contraire)

Vérifie bien tes solutions!

Connaissance	Application	Réflexion	Communication
25%	25%	25%	25%

Sujet d'étude	Points
Choix multiples	16
Fonctions polynomiales	26
Exponentielles et logarithmes	20
Trigonométrie	22
Fonctions rationnelles	8
Résolution de problèmes (choisis 3 de 4)	12
Total	104

Section 1 : Choix multiples

Directives : Encerle la lettre de la réponse la plus correcte. Inscris aussi ta lettre de choix dans la clé au bas de la page.

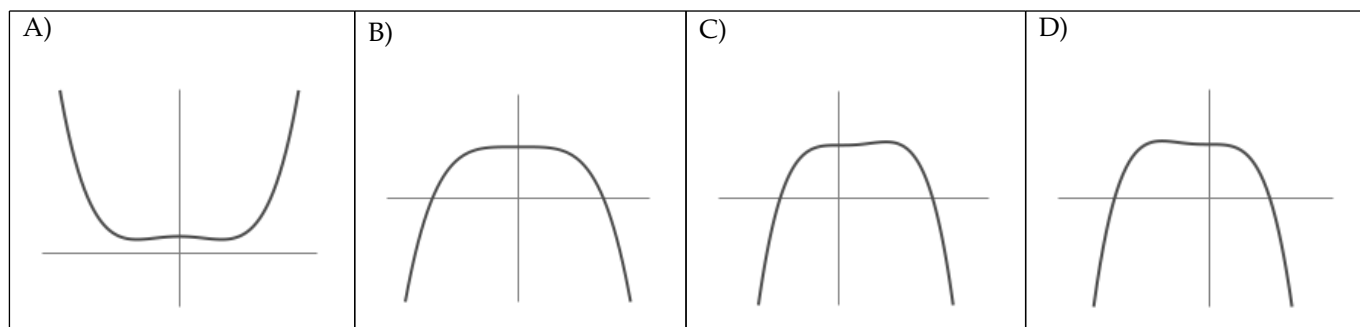
1) Quel est le comportement à l'infini de la fonction $P(x) = -5x^4 + x^3 + 7x$

A) $Q2 \rightarrow Q1$	B) $Q3 \rightarrow Q1$	C) $Q3 \rightarrow Q4$	D) $Q2 \rightarrow Q4$
------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

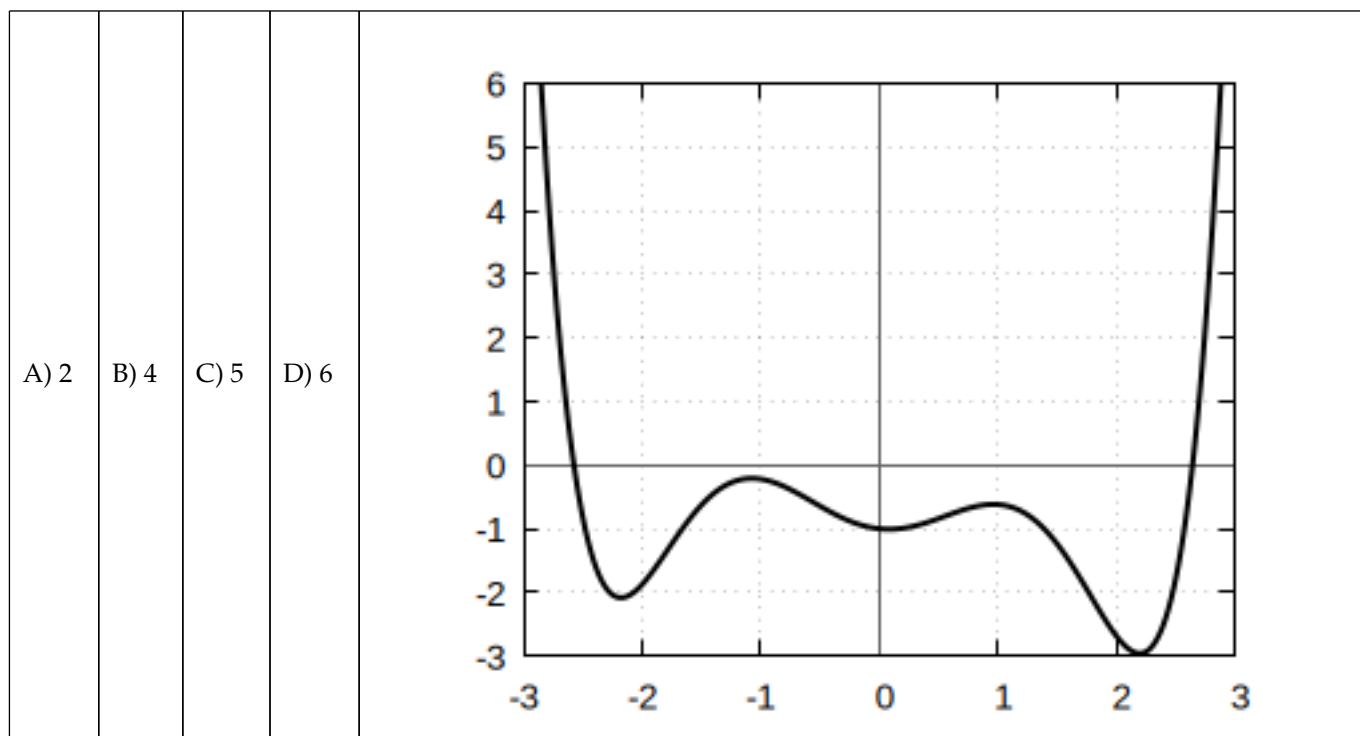
2) Laquelle des fonctions suivantes est une fonction impaire

A) $y = 2x^3 - 3x^2$	B) $y = -2x^5 - 2x$	C) $y = 2x^3 - x + 1$	D) Toutes ces réponses
----------------------	---------------------	-----------------------	------------------------

3) Lequel des graphiques suivants représente la fonction $y = -3x^4 + 2x^3 + 1$



4) Quel est le degré minimal possible de la fonction représentée dans le graphique à droite :



5) Quel est le reste lorsque le polynôme $y = x^3 - 5x + 2$ est divisé par $x + 1$

A) 8	B) -2	C) 6	D) 0
------	-------	------	------

6) Le polynôme $f(x) = 8x^3 - 27$ se factorise en...

A) $(2x - 3)(2x + 3)^2$	B) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$
C) $(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$	D) $(2x + 3)(2x - 3)^2$

7) Lequel des diviseurs suivants est un facteur du polynôme $3x^4 + x^3 - 14x^2 - 4x + 8$

A) $x - 1$	B) $4x + 3$	C) $x + 1$	D) $3x + 4$
------------	-------------	------------	-------------

8) Lequel des énoncés logarithmiques suivants est équivalent à l'énoncé exponentiel $3^4 = 81$?

A) $\log_3 4 = 81$	B) $\log_4 81 = 3$	C) $\log_4 3 = 81$	D) $\log_3 81 = 4$
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

1) _____ 2) _____ 3) _____ 4) _____ 5) _____ 6) _____ 7) _____ 8) _____

9) Évalue $\log_3 9$

A) 3	B) 9	C) 0.5	D) 2
------	------	--------	------

10) Le pH d'une solution ayant une concentration d'ions hydronium de 0.04 mol/L est

A) 1.40	B) 1.09	C) 1.04	D) 2.62
---------	---------	---------	---------

11) Convertis 300° en mesure radian.

A) $\frac{5\pi}{3}$ radians	B) $\frac{4\pi}{3}$ radians	C) $\frac{5\pi}{6}$ radians	D) $\frac{7\pi}{6}$ radians
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

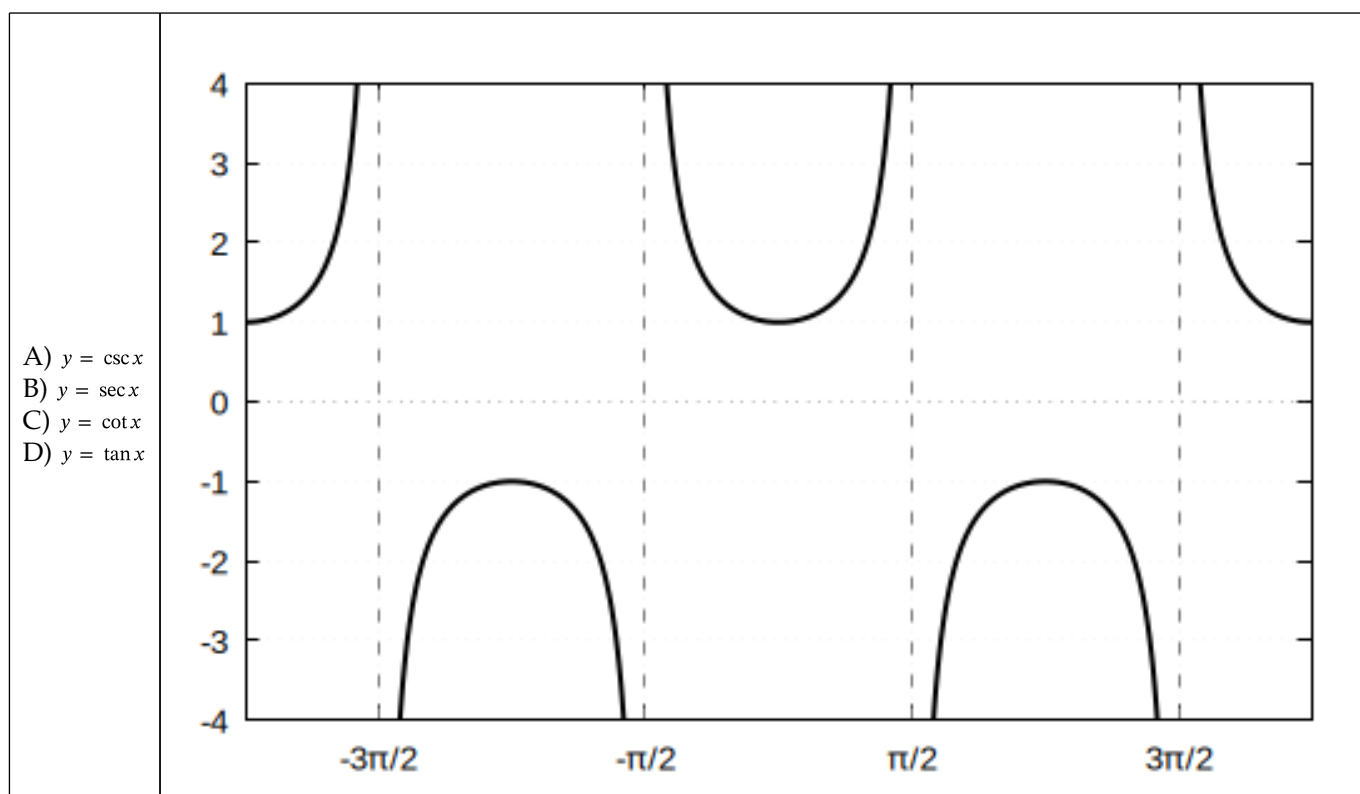
12) Convertis $\frac{5\pi}{4}$ radians en mesure de degrés.

A) 135°	B) 225°	C) 45°	D) 315°
----------------	----------------	---------------	----------------

13) Utilise les triangles spéciaux et la règle CAST pour déterminer la valeur exacte de $\csc \frac{5\pi}{3}$

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	B) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$	C) -2	D) $\sqrt{3}$
--------------------------	--------------------------	---------	---------------

14) Le graphique montré est celui de la fonction...



15) Lequel des énoncés suivants est VRAI à propos de la fonction rationnelle $y = \frac{3x-2}{x+1}$?

A) AV $x = 3$ et ordonnée à l'origine en $(0, -2)$	B) AV $x = -1$ et ordonnée à l'origine en $(0, -2)$
C) AH $y = 3$ et abscisse à l'origine en $(2, 0)$	D) AH $y = -1$ et abscisse à l'origine en $(\frac{3}{2}, 0)$

16) En utilisant un intervalle environnant, une bonne estimation du taux de variation instantané de la température à 10 minutes est...

Temps en minutes	0	5	8	10	13	15	19	21	25
Temp. (en degrés Celsius)	25	120	205	250	290	280	290	285	285

A) 250 degrés/min	B) 15 degrés/min	C) 10.4 degrés/min	D) 17 degrés/min
-------------------	------------------	--------------------	------------------

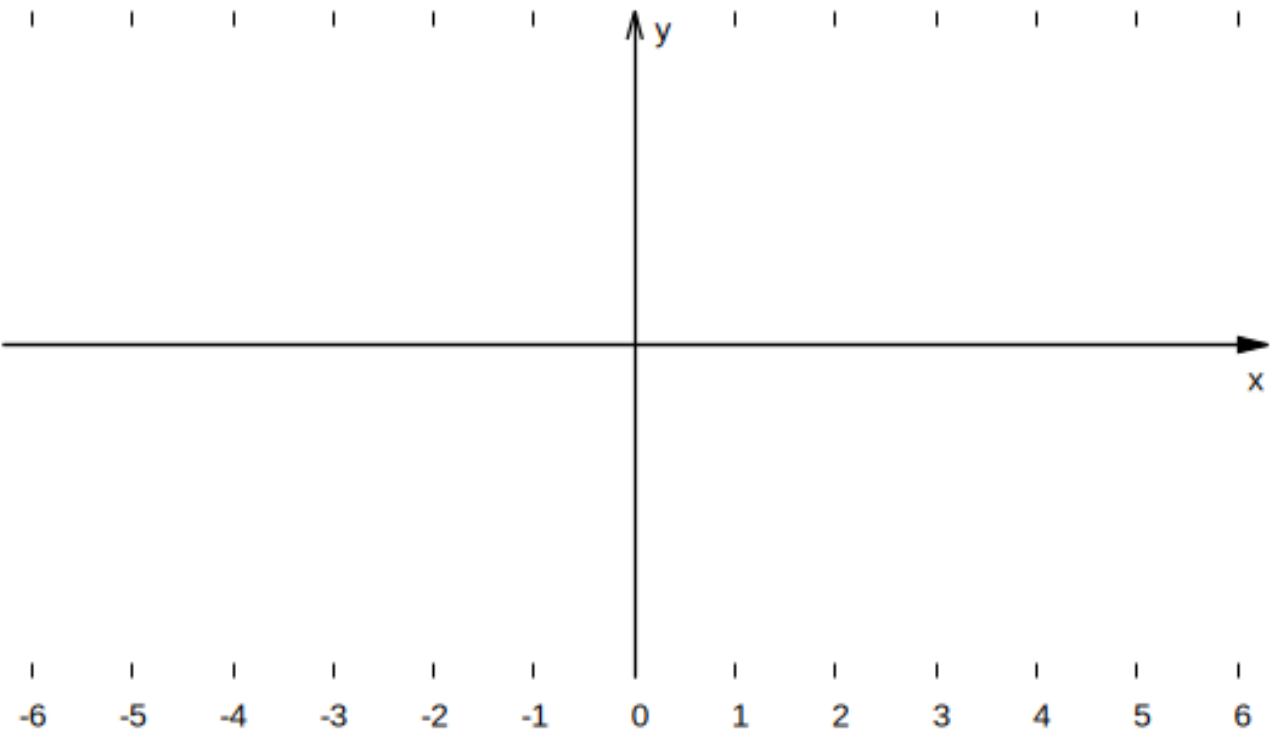
9) ____ 10) ____ 11) ____ 12) ____ 13) ____ 14) ____ 15) ____ 16) ____

Section 2 : Fonctions polynomiales

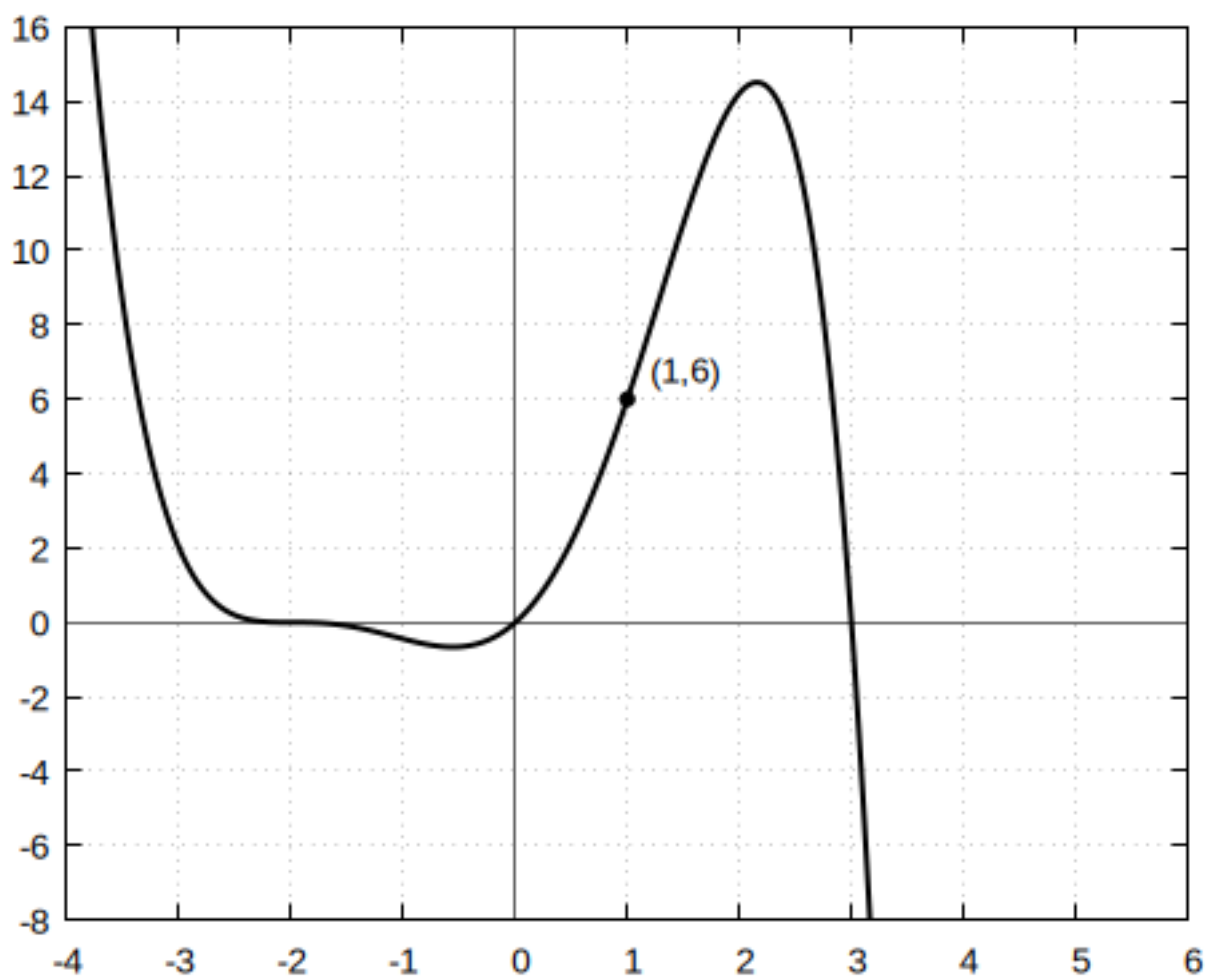
17) Complète le tableau et esquisse un graphique possible de la fonction en identifiant les abscisses et l’ordonnée à l’origine. [6]

$f(x) = -\frac{1}{2}(x + 4)(2x - 3)^2(x + 1)^3$

Degré	Coefficient domi- nant	Comportement à l’infini	x-abscisses à l’origine avec ordres	y-ordonnée à l’origine



18) Trouve une équation sous forme factorisée pour le polynôme quintique dont le graphique est montré ci-dessous. Énonce l'équation finale sous forme factorisée. [3]



Équation :

19) Utilise la division longue pour diviser $6x^3 + x^2 - 13x + 5$ par $2x + 1$. Exprime ta réponse sous forme de quotient : [3]

Réponse finale sous forme de quotient :

20) Utilise la division synthétique pour diviser $2x^3 + 5x^2 - 5$ par $x + 2$. Exprime ta réponse à l'aide de l'énoncé de multiplication qui peut être utilisé pour vérifier la division. [3]

Énoncé de multiplication pour vérifier la division :

21) Factorise complètement le polynôme $P(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$. Je veux voir une liste COMPLÈTE des zéros possibles, ton essai du zéro, et ta division polynomiale. [5]

Zéros possibles :

Essai(s) :

Forme factorisée :

$P(x) =$

22) Résous l'équation suivante en utilisant n'importe quelle méthode algébrique. [3]

$$2x^3 + 5x^2 - 14x - 8 = 0$$

Solution(s) :

23) Résous l'inéquation suivante en utilisant n'importe quelle méthode. Montre ton travail. [3]

$$2x^3 - 6x^2 \geq 18x - 54$$

Section 3 : Fonctions exponentielles et logarithmiques

24) Réécris chacune des expressions suivantes comme un seul logarithme, puis évalue. Arrondis au centième près

si nécessaire. [6]

a) $\log_5 7 + \log_5 4$	b) $2\log 8 + \log 2 - \log 4$	c) $\frac{\log_8 80}{\log_8 4}$

25) Résous pour x dans chacune des équations suivantes. Arrondis à 3 décimales si nécessaire. Montre tout ton travail. Vérifie les racines étrangères si nécessaire. [12]

a) $\log(x+2) + \log(x-1) = 1$	b) $\ln(2x-10) = 6$
c) $4^{2x-5} = 8^x$	d) $3^{x+5} = 5^{2x-1}$

26) Les intensités de pollution sonore ont été mesurées à la piste d'un petit aéroport et sur une autoroute locale. L'aéroport était 6420.4 fois plus intense que l'autoroute. Si le niveau sonore sur l'autoroute locale est de 91 dB, détermine le niveau sonore, en dB, sur la piste. [2]

Réponse finale :

Section 4 : Trigonométrie

27) Suppose que $\sin \theta = \frac{21}{29}$ et $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$. Donne une valeur exacte pour $\sin(2\theta)$. (Indice : utilise une identité, NE RÉSOUS PAS POUR θ) [3]

$$\sin(2\theta) =$$

28) Utilise une formule d'angle composé pour trouver une valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$. Montre tout ton travail. [4]

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) =$$

29) Détermine les solutions pour chaque équation dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$, au centième de radian près. Donne des réponses exactes lorsque c'est possible. [6]

a) $2\sin x + \sqrt{3} = 0$

Solution(s) :

b) $2\cos^2 x - \cos x = 0$

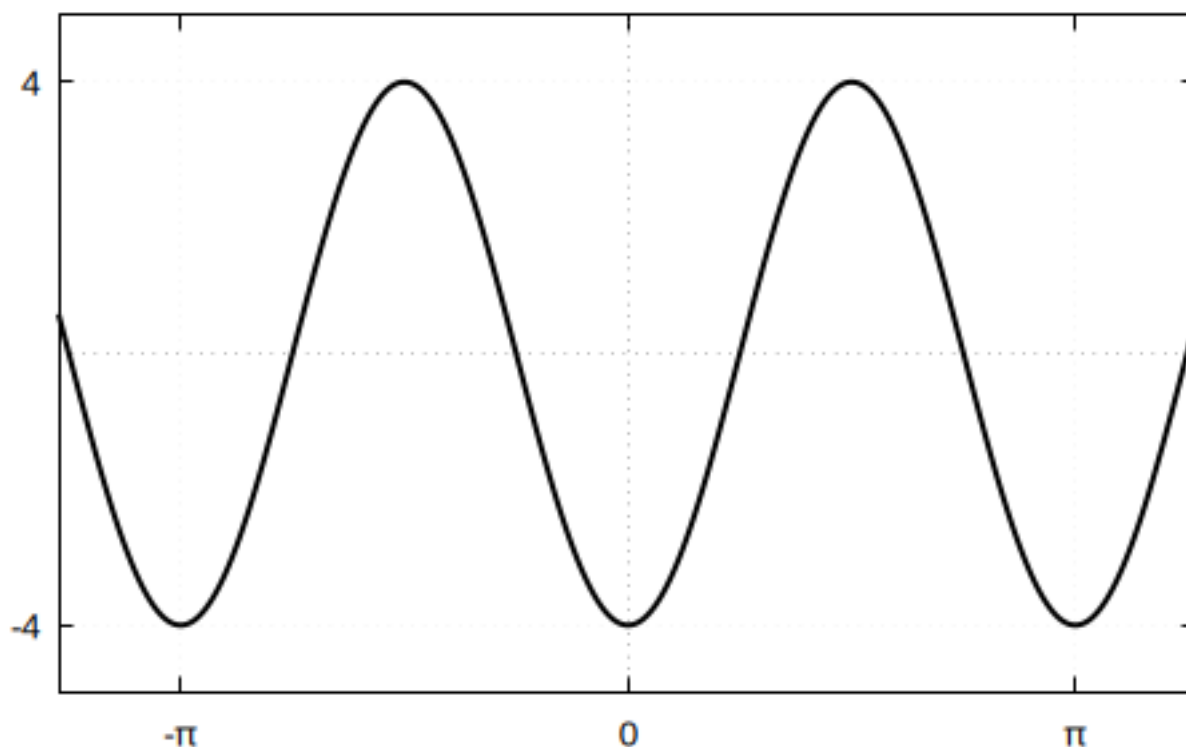
Solution(s) :

30) Démontre l'identité trigonométrique suivante. Montre TOUT ton travail. [3]

$$\frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)} = \tan x$$

MG	MD

31) Trouve deux équations (une fonction sinus et une fonction cosinus) pour représenter la fonction du graphique ci-dessous. Montre tes calculs pour obtenir tous les points. [5]



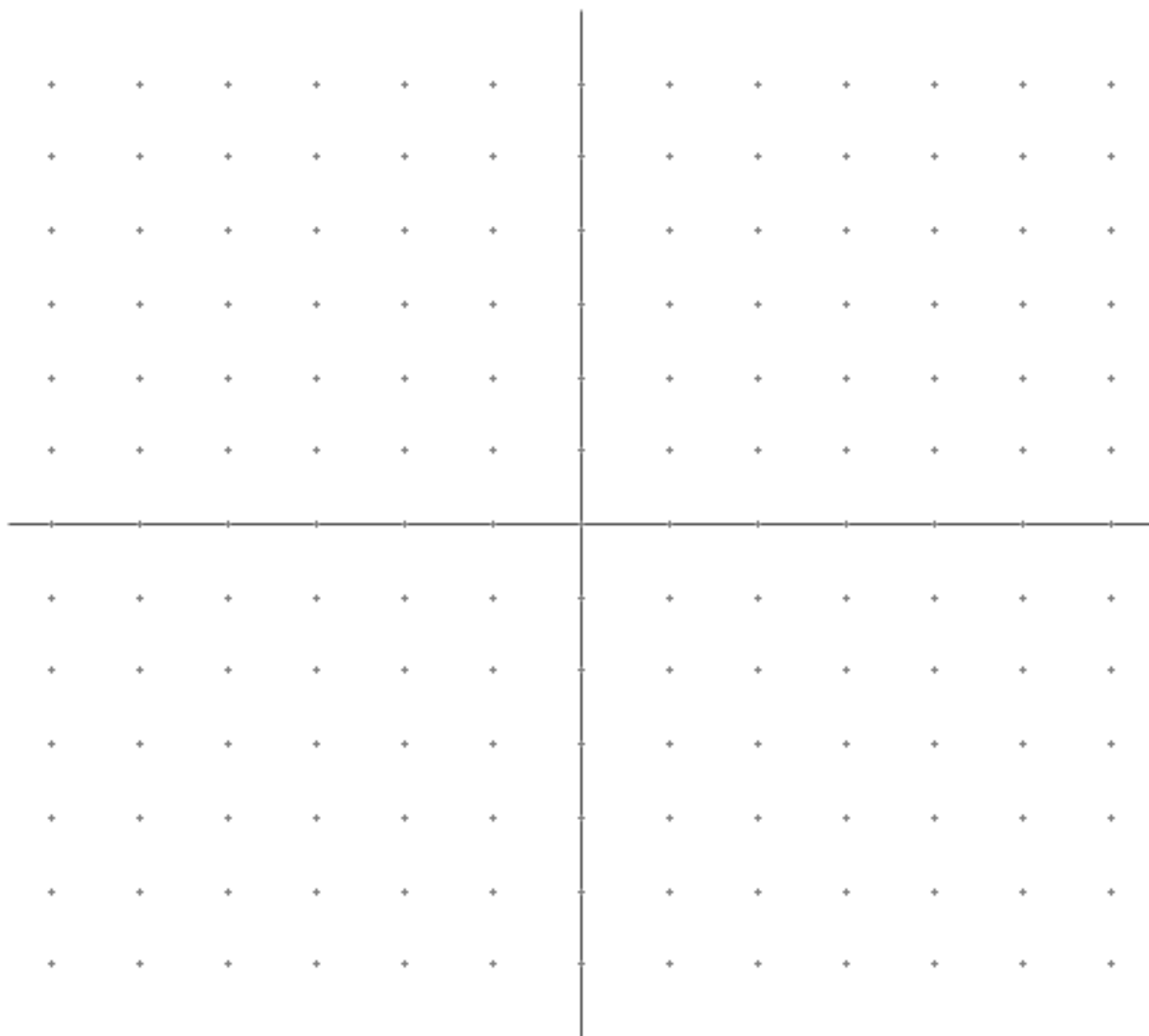
Équation 1 : _____ Équation 2 : _____

Section 5 : Fonctions rationnelles

32) Trace le graphique de $f(x)$ OU $g(x)$, PAS LES DEUX. Encerle la fonction de ton choix. Montre ton travail et tout renseignement clé que tu as utilisé pour tracer ta fonction. Indique les asymptotes et indique tes échelles en x et en y de façon appropriée. [4]

$$f(x) = \frac{2x - 4}{x + 1}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 8}$$



33) Résous l'inéquation $\frac{2x-5}{x-1} \geq 1$. Montre ton travail, y compris un tableau de facteurs. [4]

Solution :

Section 6 : Résolution de problèmes

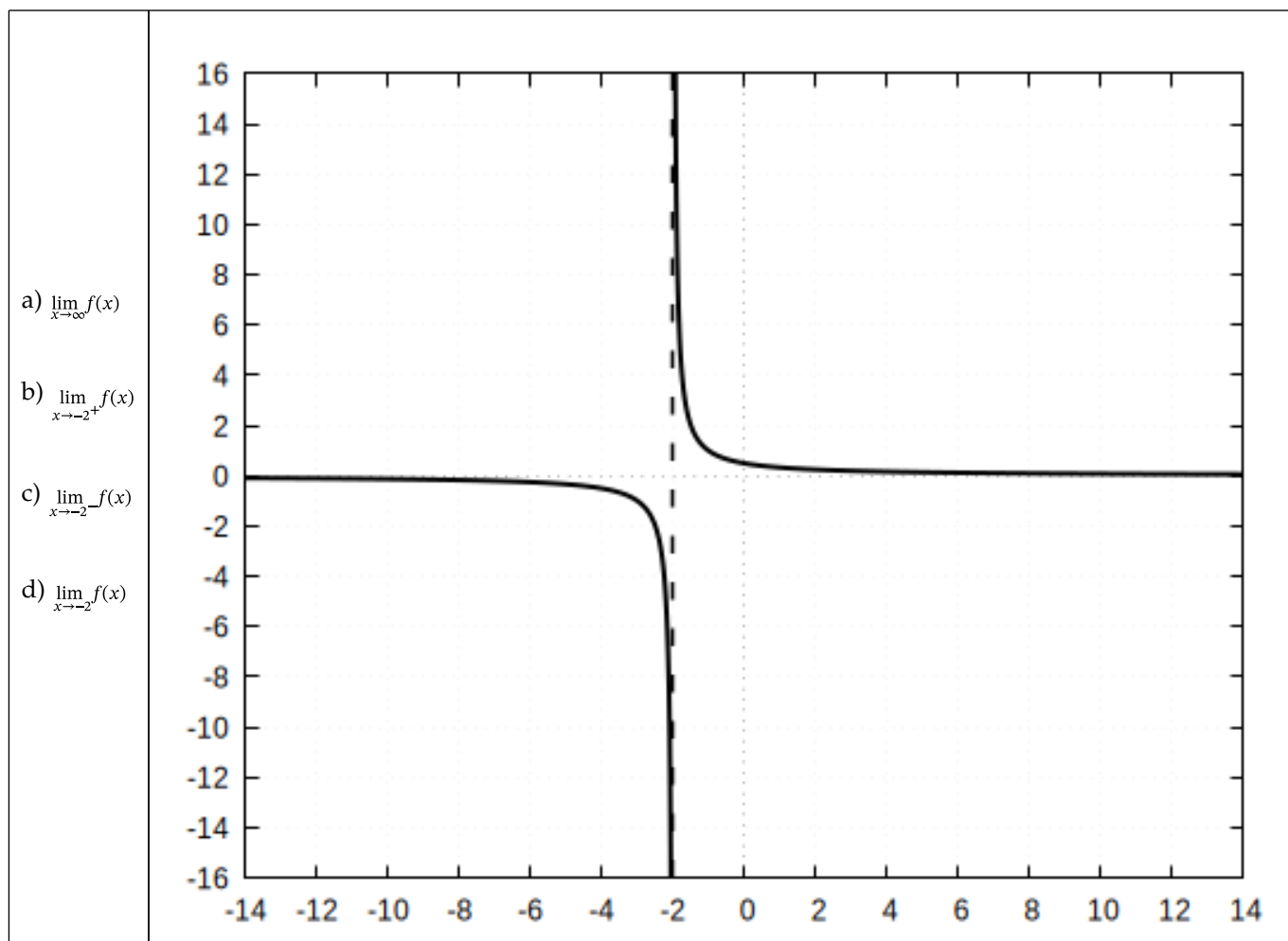
34) Choisis 3 des 4 questions suivantes à compléter. Il doit être clair lesquelles des 3 questions tu as choisies. [12]

Choix 1 : Détermine TOUTES les solutions pour l'équation $\cos(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dans l'intervalle $0 \leq x \leq 2\pi$. Donne des réponses exactes lorsque c'est possible.

Choix 2 : Résous l'équation $4^{2x} - 2(4^x) - 15 = 0$. Arrondis à 3 décimales si nécessaire. Assure-toi de vérifier les racines étrangères si nécessaire.

Choix 3 : Étant donné l'équation $f(x) = x^4 - 2x^3 + kx - 5$, résous pour k sachant que $f(x)$ divisé par $x + 1$ a un reste de -6 .

Choix 4 : Utilise le graphique donné pour trouver les limites suivantes :



Page de formules

IDENTITÉS TRIGONOMÉTRIQUES

Loi des sinus : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ **Loi des cosinus :** $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Fonctions inverses : $\csc x = \frac{1}{\sin x}$; $\sec x = \frac{1}{\cos x}$; $\cot x = \frac{1}{\tan x}$

Identités de quotient : $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$; $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

Fonctions paires/impaires : $\cos(-x) = \cos x$; $\sin(-x) = -\sin x$

Identités pythagoriciennes : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$; $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$; $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

Identités de transformation : $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$; $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$

Identités de cofonction : $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$; $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

Formules d'angle composé :

$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$; $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$

$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$; $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$; $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

Formules d'angle double :

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x; \cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1; \cos(2x) = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

AUTRES FORMULES

Formule quadratique : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **Quotient de Newton :** $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Différence de carrés : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ **Trinôme carré parfait :** $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Somme de cubes : $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ **Différence de cubes :** $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$A(t) = A_0(1 + i)^t$	$A(t) = A_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/H}$	$A(t) = A_0(2)^{t/D}$
où i est le pourcentage de croissance (+) ou de décroissance (-)	où H est la période de demi-vie	où D est la période de doublement
$pH = -\log[H^+]$	$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$	$M = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$
où pH est l'acidité et $[H^+]$ est la concentration d'ions hydronium en mol/L	où β est le niveau sonore en dB et I est l'intensité du son en W/m ²	où M est la magnitude mesurée sur l'échelle de Richter et I est l'intensité.